Analisi Matematica III e IV modulo
Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

17 gennaio 2007

1. Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^\alpha y}{x^2+y^2} & \text{per } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{per } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   Dire per quali valori di α la funzione è continua è per quali è differenziabile.

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \log y \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

   Sia $I \subset \mathbb{R}$ l'intervallo massimale di esistenza della soluzione. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette?

   (a) $I \supseteq [0, +\infty)$
   (b) $I \supseteq (-\infty, 0]$
   (c) $I \subseteq (-\infty, 1]$

3. Si consideri il dominio piano $C = [1,3] \times [0,3] \setminus (2,3] \times (1,2)$. Calcolare

$$\int_{\partial^+ C} (x + y^2)\, dy.$$