Analisi Matematica I modulo
Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

17 gennaio 2007

1. Sia a_n una successione che soddisfa la proprietà

$$a_{n+1} = 1 + \operatorname{arctg}(a_n - 1) \qquad \forall n \in \mathbb{N}.$$

   Calcolare (se esiste) il limite della successione a_n.

2. Calcolare o dimostrare che non esiste il seguente

$$\lim_{x \to +\infty} \sin x - \sin \frac{1+x}{x}.$$

3. Si consideri la disequazione

$$\log(1 + x^2) \geq (\operatorname{arctg} x) - x.$$

   Mostrare che

   (a) la disequazione è valida per ogni $x \geq 0$;

   (b) la disequazione è valida in un intorno sinistro di 0;

   (c) la disequazione non è valida per ogni $x \in \mathbb{R}$.