Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 3
Ingegneria, a.a. 2009-2010
17 luglio 2010

(spazio riservato al docente)
voto
☐ ammonito
☐ espulso

cognome | nome | matricola

risposte:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | |

codice compito: BDBB ADDA CACC

**1.** La funzione $f(x,y) = \dfrac{xy}{1+x^2+y^2}$ è
**(A)** continua ma non differenziabile, **(B)** continua e differenziabile, **(C)** differenziabile ma non continua, **(D)** né continua né differenziabile.

**2.** Calcolare $\mathrm{Res}(f,0)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2}$$

**(A)** $i$, **(B)** 1, **(C)** 0, **(D)** $\pi$.

**3.** Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [-1,1], y \in [-1,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q x^2 y \, dx dy$$

**(A)** $\pi$, **(B)** 0, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** $\frac{5}{3}$.

**4.** Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 - e^t$
**(A)** $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-2}$, **(B)** $\frac{2}{s^3} + \frac{1}{s+1}$, **(C)** $\frac{2}{s^3} - \frac{1}{s-1}$, **(D)** $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$.

**5.** La forma differenziale

$$\omega = x\,dx + y\,dy$$

**(A)** è esatta, **(B)** è chiusa ma non esatta, **(C)** è esatta ma non è chiusa, **(D)** non né chiusa né esatta.

**6.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
**(A)** un fuoco, **(B)** un punto sella, **(C)** un nodo, **(D)** un centro.

**7.** Il punto $(1,0)$ per la funzione $f(x,y) = xy - y$
**(A)** è un minimo, **(B)** è un punto sella, **(C)** è un massimo, **(D)** non è un punto critico.

**8.** Calcolare

$$\int_\gamma \frac{z^2+2z}{z-1}\,dz$$

lungo la circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
**(A)** $-4\pi i$, **(B)** $8\pi i$, **(C)** $6\pi i$, **(D)** $16\pi i$.

**9.** Una sola delle seguenti successioni di funzioni converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$. Quale?
**(A)** $f_k(x) = e^{-kx^2}$, **(B)** $f_k(x) = \mathrm{arctg}(kx)$, **(C)** $f_k(x) = kx$, **(D)** $f_k(x) = \frac{\sin(kx)}{k}$.

**10.** Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y - y^3 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \to +\infty} y(x)$.
**(A)** $-3$, **(B)** $-\sqrt{2}$, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** 2.

**11.** Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, +\infty)$.
**(A)** $-3$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** $\pi$, **(D)** 1.

**12.** Calcolare il flusso del campo $\xi(x,y,z) = (0,0,1)$ attraverso la superficie parabolica $S = \{(x,y,z) \colon z = 1 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \le 1\}$ orientata in modo che il flusso sia positivo.
**(A)** $\sqrt{5}$, **(B)** 2, **(C)** $\pi$, **(D)** $\frac{4}{3}$.

# Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 3
Ingegneria, a.a. 2009-2010
17 luglio 2010

(spazio riservato al docente)
voto
ammonito
espulso

cognome | nome | matricola

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| risposte: | | | | | | | | | | | | |

codice compito: DCBB ACAC DABD

**1.** La funzione $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{1+x^4+y^4}$ è
**(A)** differenziabile ma non continua, **(B)** continua e differenziabile, **(C)** né continua né differenziabile, **(D)** continua ma non differenziabile.

**2.** Calcolare $\mathrm{Res}(f,0)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3}$$

**(A)** $\pi$, **(B)** 1, **(C)** $i$, **(D)** 0.

**3.** Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [-1,1], y \in [-1,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy^2\,dxdy$$

**(A)** $\frac{5}{3}$, **(B)** 0, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** $\pi$.

**4.** Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t - e^{2t}$
**(A)** $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$, **(B)** $\frac{2}{s^3} - \frac{1}{s-1}$, **(C)** $\frac{2}{s^3} + \frac{1}{s+1}$, **(D)** $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-2}$.

**5.** La forma differenziale

$$\omega = y\,dx + x\,dy$$

**(A)** è esatta, **(B)** è chiusa ma non esatta, **(C)** è esatta ma non è chiusa, **(D)** non né chiusa né esatta.

**6.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
**(A)** un fuoco, **(B)** un punto sella, **(C)** un nodo, **(D)** un centro.

**7.** Il punto $(1,0)$ per la funzione $f(x,y) = x^2 - 2x + y^2$
**(A)** è un punto sella, **(B)** è un minimo, **(C)** è un massimo, **(D)** non è un punto critico.

**8.** Calcolare

$$\int_\gamma \frac{(z+1)^3}{z-1}\,dz$$

lungo la circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
**(A)** $8\pi i$, **(B)** $6\pi i$, **(C)** $-4\pi i$, **(D)** $16\pi i$.

**9.** Una sola delle seguenti successioni di funzioni converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$. Quale?
**(A)** $f_k(x) = e^{-kx^2}$, **(B)** $f_k(x) = \mathrm{arctg}(kx)$, **(C)** $f_k(x) = \frac{\sin(kx)}{k}$, **(D)** $f_k(x) = kx$.

**10.** Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y - y^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Calcolare $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$.
**(A)** 2, **(B)** $-\sqrt{2}$, **(C)** $-3$, **(D)** $\sqrt{2}$.

**11.** Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, +\infty)$.
**(A)** $\pi$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** $-3$, **(D)** 1.

**12.** Calcolare il flusso del campo $\xi(x,y,z) = (0,0,1)$ attraverso la superficie parabolica $S = \{(x,y,z) \colon z = 1 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \le 1\}$ orientata in modo che il flusso sia positivo.
**(A)** $\sqrt{5}$, **(B)** $\pi$, **(C)** $\frac{4}{3}$, **(D)** 2.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 3
Ingegneria, a.a. 2009-2010
17 luglio 2010

(spazio riservato al docente)
voto
☐ ammonito
☐ espulso

cognome | nome | matricola

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| risposte: | | | | | | | | | | | | |

codice compito: CCBB AAAD BDDC

**1.** La funzione $f(x,y) = \dfrac{xy}{1+x^2+y^2}$ è
**(A)** continua ma non differenziabile, **(B)** continua e differenziabile, **(C)** differenziabile ma non continua, **(D)** né continua né differenziabile.

**2.** Calcolare $\mathrm{Res}(f,0)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^4}$$

**(A)** $i$, **(B)** $0$, **(C)** $\pi$, **(D)** $1$.

**3.** Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [-1,1], y \in [-1,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q x^2 y \, dx dy$$

**(A)** $\pi$, **(B)** $0$, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** $\frac{5}{3}$.

**4.** Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t + e^{-t}$
**(A)** $\frac{2}{s^3} + \frac{1}{s+1}$, **(B)** $\frac{2}{s^3} - \frac{1}{s-1}$, **(C)** $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$, **(D)** $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-2}$.

**5.** La forma differenziale

$$\omega = y^3\,dx + xy^2\,dy$$

**(A)** non né chiusa né esatta, **(B)** è esatta, **(C)** è chiusa ma non esatta, **(D)** è esatta ma non è chiusa.

**6.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
**(A)** un punto sella, **(B)** un fuoco, **(C)** un centro, **(D)** un nodo.

**7.** Il punto $(1,0)$ per la funzione $f(x,y) = x^2 - 2x - y^2$
**(A)** è un massimo, **(B)** è un punto sella, **(C)** è un minimo, **(D)** non è un punto critico.

**8.** Calcolare

$$\int_\gamma \frac{z^4 - 3}{z-1}\,dz$$

lungo la circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
**(A)** $6\pi i$, **(B)** $-4\pi i$, **(C)** $16\pi i$, **(D)** $8\pi i$.

**9.** Una sola delle seguenti successioni di funzioni converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$. Quale?
**(A)** $f_k(x) = \frac{\sin(kx)}{k}$, **(B)** $f_k(x) = e^{-kx^2}$, **(C)** $f_k(x) = \mathrm{arctg}(kx)$, **(D)** $f_k(x) = kx$.

**10.** Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y - y^3 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Calcolare $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$.
**(A)** $-3$, **(B)** $-\sqrt{2}$, **(C)** $2$, **(D)** $\sqrt{2}$.

**11.** Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, +\infty)$.
**(A)** $-3$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** $1$, **(D)** $\pi$.

**12.** Calcolare il flusso del campo $\xi(x,y,z) = (0,0,1)$ attraverso la superficie parabolica $S = \{(x,y,z) \colon z = 1 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \le 1\}$ orientata in modo che il flusso sia positivo.
**(A)** $\sqrt{5}$, **(B)** $2$, **(C)** $\frac{4}{3}$, **(D)** $\pi$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 3
Ingegneria, a.a. 2009-2010
17 luglio 2010

(spazio riservato al docente)
voto
ammonito
espulso

cognome | nome | matricola

risposte:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | |

codice compito: ABBA DBDC ACCD

**1.** La funzione $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{1+x^4+y^4}$ è
**(A)** continua e differenziabile, **(B)** continua ma non differenziabile, **(C)** né continua né differenziabile, **(D)** differenziabile ma non continua.

**2.** Calcolare $\mathrm{Res}(f,0)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2}$$

**(A)** 0, **(B)** $i$, **(C)** 1, **(D)** $\pi$.

**3.** Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [-1,1], y \in [-1,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy^2\,dxdy$$

**(A)** $\pi$, **(B)** 0, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** $\frac{5}{3}$.

**4.** Calcolare la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 + e^{-t}$
**(A)** $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-2}$, **(B)** $\frac{2}{s^3} - \frac{1}{s-1}$, **(C)** $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$, **(D)** $\frac{2}{s^3} + \frac{1}{s+1}$.

**5.** La forma differenziale

$$\omega = xy^2\,dx + 2x^2y\,dy$$

**(A)** è esatta, **(B)** è chiusa ma non esatta, **(C)** è esatta ma non è chiusa, **(D)** non né chiusa né esatta.

**6.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
**(A)** un punto sella, **(B)** un centro, **(C)** un nodo, **(D)** un fuoco.

**7.** Il punto $(1,0)$ per la funzione $f(x,y) = xy - y$
**(A)** è un punto sella, **(B)** è un minimo, **(C)** non è un punto critico, **(D)** è un massimo.

**8.** Calcolare

$$\int_\gamma \frac{z^2+2z}{z-1}\,dz$$

lungo la circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
**(A)** $6\pi i$, **(B)** $-4\pi i$, **(C)** $8\pi i$, **(D)** $16\pi i$.

**9.** Una sola delle seguenti successioni di funzioni converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$. Quale?
**(A)** $f_k(x) = kx$, **(B)** $f_k(x) = \frac{\sin(kx)}{k}$, **(C)** $f_k(x) = e^{-kx^2}$, **(D)** $f_k(x) = \mathrm{arctg}(kx)$.

**10.** Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y - y^3 \\ y(0) = -2 \end{cases}$$

Calcolare $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)$.
**(A)** $-\sqrt{2}$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** $-3$, **(D)** 2.

**11.** Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, +\infty)$.
**(A)** $\pi$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** 1, **(D)** $-3$.

**12.** Calcolare il flusso del campo $\xi(x,y,z) = (0,0,1)$ attraverso la superficie parabolica $S = \{(x,y,z) \colon z = 1 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \le 1\}$ orientata in modo che il flusso sia positivo.
**(A)** 2, **(B)** $\sqrt{5}$, **(C)** $\pi$, **(D)** $\frac{4}{3}$.