Analisi Matematica Uno
Prova scritta n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

21 maggio 2013

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{1}{|x|}}}{|x|} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

   La funzione ammette asintoti? È derivabile per $x = 0$? Quali sono i punti di massimo, minimo e flesso?

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\left(\frac{1}{\cos x - e^{(x^2)}}\right)}$$

3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 - \operatorname{tg}^4 x}{1 + \operatorname{tg} x}\, dx\,.$$

4. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\sin \omega k + \cos \omega k) \left[\log (k+1) - \log k\right]^{1+\alpha}$$

   dove ω è un parametro reale e α è un parametro positivo.

   Stabilire inoltre il carattere della serie data quando $\omega = \pi$ e $\alpha = 0$.