Analisi Matematica Uno
Prova scritta n. 4

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

24 settembre 2013

1. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\frac{x^2}{2}-\cos(\sin x)}{x^4}.$$

2. Calcolare
$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{x}{x^2+1}+x^2\right)\cos x\, dx.$$

3. Si dimostri che per $x>0$ la funzione
$$f(x)=\frac{\sqrt{2}+\sin\log x}{x}$$
è strettamente decrescente. Si stabilisca inoltre se la funzione ammette punti di flesso a tangente orizzontale. Si disegni approssimativamente il grafico della funzione per $x\in(0,+\infty)$.

4. Studiare la convergenza della serie numerica
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}\left(\sqrt{2}+\sin\log k\right).$$
Stabilire inoltre se la serie converge assolutamente.