Università degli Studi di Firenze

Corso di Laurea triennale in Fisica e Astrofisica

Analisi Matematica I (A.A. 2015/16) – Proff. F. Bucci & E. Paolini

Appello n. 6 – Prova scritta **(12 Settembre 2016)**

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Dimostrare che
$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{(n+1)^2 n^2}{4}.$$

2. Si consideri la successione a_n definita ricorsivamente da
$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_1 = 2016 \end{cases}$$
con $f(x) = \frac{1}{x-1}$.
   (a) Dimostrare che l'intervallo $I = (-2, 1/2)$ è invariante per f;
   (b) determinare tutte le soluzioni dell'equazione $f(f(x)) = x$;
   (c) calcolare $\lim a_n$.

3. Dimostrare che comunque siano dati n numeri reali distinti
$$a_1 < a_2 < \cdots < a_n$$
l'equazione
$$\frac{1}{x-a_1} + \frac{1}{x-a_2} + \cdots + \frac{1}{x-a_n} = 0$$
ha $n-1$ soluzioni.

4. Calcolare
$$\int_0^{2\pi} \cos^4(x)\, dx.$$