Analisi Matematica A e B
Prova scritta n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2021/22
Università di Pisa

31 maggio 2022

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_0 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{1}{2+a_n}. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione a_n nei casi:

   (a) $\alpha = 10$;
   (b) $\alpha = -10$.

2. Posto

$$F(x) = \int_2^x \left(1 - \frac{\sin^2 t}{t^2}\right) dt$$

   (a) verificare che la funzione è ben definita per ogni $x \in \mathbb{R}$;
   (b) studiare la monotonia di F;
   (c) dire se F ha un asintoto orizzontale o obliquo per $x \to +\infty$;
   (d) per ogni $k \in \mathbb{N}$ dire quanti sono i punti di flesso nell'intervallo $(0, k\pi)$.

3. Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{x}{u} \cdot \sqrt{1 - u^4} \\ u(0) = \alpha. \end{cases}$$

Trovare le soluzioni, specificando l'intervallo massimale di esistenza, nei casi:

   (a) $\alpha = 1$,
   (b) $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.