"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 13/12/00 (di prova)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $g(z) = f(z)^2$ e g ha una singolarità essenziale in z_0, lo stesso vale per f? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

2. Data $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ tale che $|f(z)| < 1$ per $|z| > 2$, si può concludere che f è costante? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

3. È vero che $\int\limits_{|z|=1} f(z)\,\mathrm{d}z$ è diverso da 0 per ogni $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ che non si estenda in 0? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

4. Se $\Omega \subset \mathbb{C}$ è aperto e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ è iniettiva, ne segue che $g(z) = \frac{f(z)^2}{f'(z)}$ è olomorfa su Ω? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

5. Se $\int\limits_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^2\,\mathrm{d}t = 1$, può essere $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{3it} f(t)\,\mathrm{d}t = 2$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

6. Se f ha un polo di ordine k in z_0 e $g(z) = f(z) - (z - z_0)^{-k}$, allora g in z_0:

$\boxed{\mathrm{A}}$ Ha un polo di ordine $k - 1$. $\boxed{\mathrm{B}}$ Ha un polo di ordine minore di $k - 1$.
$\boxed{\mathrm{C}}$ Può avere un polo di ordine k. $\boxed{\mathrm{D}}$ Può avere un polo di ordine $k + 1$.

7. Se f è una funzione olomorfa non costante in un intorno di z_0 tale che $f(z_0) = 1$, quale delle seguenti affermazioni su $g(z) = \frac{z-z_0}{1-f(z)}$ è sicuramente falsa?

$\boxed{\mathrm{A}}$ g ha in z_0 una singolarità eliminabile. $\boxed{\mathrm{B}}$ g ha in z_0 un polo di ordine 1.
$\boxed{\mathrm{C}}$ g ha in z_0 un polo di ordine 2. $\boxed{\mathrm{D}}$ g ha in z_0 una singolarità essenziale.

8. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)}\,\mathrm{d}z$ dove $f(z) = \frac{z^2 - iz}{(z+i)^2}$? $\boxed{\mathrm{A}}$ 2. $\boxed{\mathrm{B}}$ 0. $\boxed{\mathrm{C}}$ -1. $\boxed{\mathrm{D}}$ -2.

9. Sia $g \in \mathcal{H}(\overline{\Delta})$ tale che 0 è l'unico zero di g ed ha molteplicità 1. Sia $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$. Si può concludere che $\int\limits_{\partial\Delta} \frac{f(z)}{g(z)}\,\mathrm{d}z \neq 0$? $\boxed{\mathrm{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\mathrm{B}}$ Sì se f ha un polo in 0.

$\boxed{\mathrm{C}}$ Sì se f ha una singolarità essenziale in 0. $\boxed{\mathrm{D}}$ Sì se f si estende in 0 e ivi non si annulla.

10. Quanto fa $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^2 - 2x + 2}$? $\boxed{\mathrm{A}}$ $1/\pi$. $\boxed{\mathrm{B}}$ π. $\boxed{\mathrm{C}}$ $2/\pi$. $\boxed{\mathrm{D}}$ 2π.

11. Siano $\lambda_1, \ldots, \lambda_{10} \in \mathbb{C}$ e $f(x) = \sum\limits_{m=1}^{10} \lambda_m \cos(mx)$. Sia $\alpha_n(f)$ il coefficiente di Fourier di f rispetto ad $e_n(t) = \mathrm{e}^{int}$. Allora $\alpha_n(f)$ si annulla:

$\boxed{\mathrm{A}}$ Per $n = 0$ e $|n| > 10$. $\boxed{\mathrm{B}}$ Per $|n| > 10$. $\boxed{\mathrm{C}}$ Per $n \leq 0$ e $n > 10$. $\boxed{\mathrm{D}}$ Per ogni n.

12. Sia $f(0) = 0$ e $f(x) = x^3 \sin(1/x)$ per $x \in [-\pi, \pi]$ se $x \neq 0$. Sia $\alpha_n(f)$ il coefficiente di Fourier di f rispetto ad $e_n(t) = \mathrm{e}^{int}$. Per quali x si ha che $f(x) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n(f) e_n(x)$?

$\boxed{\mathrm{A}}$ Per $0 < |x| < \pi$. $\boxed{\mathrm{B}}$ Per $0 < |x| \leq \pi$. $\boxed{\mathrm{C}}$ Per $0 \leq |x| < \pi$. $\boxed{\mathrm{D}}$ Per $0 \leq |x| \leq \pi$.

13. Sia $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{C}$ e F una primitiva di f. Se f ha sviluppo in serie di Fourier finito, lo stesso vale per F? $\boxed{\mathrm{A}}$ Sempre. $\boxed{\mathrm{B}}$ Se f ha media nulla. $\boxed{\mathrm{C}}$ Se f è pari. $\boxed{\mathrm{D}}$ Se $F(0) = 0$.

14. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pari e $F = \mathcal{F}(f)$ la trasformata di Fourier di f. Quanto fa $\mathcal{F}(f^2)(0)$?

$\boxed{\mathrm{A}}$ $F(0)^2$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $\int\limits_{-\infty}^{\infty} F(t)^2\,\mathrm{d}t$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $\frac{1}{2\pi} F(0)^2$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $\frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} F(t)^2\,\mathrm{d}t$.

15. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ nulla fuori da $[10, 20]$. Sia $g(x) = \mathrm{e}^{ix} f(x + \pi)$. Siano $F = \mathcal{L}(f)$ e $G = \mathcal{L}(g)$ le trasformate di Laplace. Allora: $\boxed{\mathrm{A}}$ $G(z) = \mathrm{e}^{\pi \cdot z} F(z - i)$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $G(z) = \mathrm{e}^{\pi \cdot z} F(z + i)$.
$\boxed{\mathrm{C}}$ $G(z) = -\mathrm{e}^{\pi \cdot z} F(z - i)$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $G(z) = -\mathrm{e}^{\pi \cdot z} F(z + i)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. F

4. V

5. V

6. C

7. D

8. B

9. D

10. B

11. A

12. D

13. B

14. D

15. C

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 13/12/00 (di prova)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡