UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 16/12/00

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Notazioni: $\Delta_r(c) = \{z \in \mathbb{C} : \ |z-c| < r\}$, $\Delta = \Delta_1(0)$, $e_n(t) = e^{int}$ su $[-\pi, \pi]$, $\alpha_n(f) = \frac{\langle e_n | f \rangle}{\|e_n\|^2}$.

1. Se f ha in z_0 una singolarità di tipo polo, lo stesso accade per la derivata f' ? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

2. Esiste $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ non costante che mandi tutto l'asse reale in un solo punto? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

3. Esiste $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$ tale che 0 sia una singolarità essenziale e $\int_{\partial\Delta} f(z)\,dz = 0$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

4. È vero che $\int_{\partial\Delta} \frac{\sin(z)}{z^3}\,dz$ si annulla? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

5. Sia $f(z) = iz + \cos(iz)$. La f è iniettiva su $\Delta_\pi(0)$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

6. Siano $f, g \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$, tali che f ha in 0 un polo di ordine 3 e $\lim_{z\to 0} \frac{f(z)}{g(z)} = 1$. Sia $h(z) = f(z) - g(z)$. Si può concludere che h in 0 ha:

$\boxed{A}$ Una singolarità essenziale. $\boxed{B}$ Una singolarità eliminabile.

$\boxed{C}$ Un polo di ordine al più 3. $\boxed{D}$ Un polo di ordine al più 2.

7. Se $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$, esistono $k \in \mathbb{Z}$ e $g \in \mathcal{H}(\overline{\Delta})$ tali che $g(0) \neq 0$ e $f(z) = z^k \cdot g(z)$ per ogni z?

$\boxed{A}$ Solo se f in 0 ha uno zero. $\boxed{B}$ Solo se f in 0 ha una singolarità eliminabile.

$\boxed{C}$ Solo se f in 0 ha un polo. $\boxed{D}$ Purché f in 0 non abbia una singolarità essenziale.

8. Se $f(z) = \frac{z^2(z+1)}{(z-1)(z-3)}$, quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Delta_2(0)} \frac{f'(z)}{f(z)}\,dz$? $\boxed{A}$ 2. $\boxed{B}$ 1. $\boxed{C}$ 0. $\boxed{D}$ Non esiste.

9. Quanto fa $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}\,dx}{x - i\log(2)}$? $\boxed{A}$ $4i\pi$. $\boxed{B}$ $i\pi$. $\boxed{C}$ $1/(4i\pi)$. $\boxed{D}$ $1/2$.

10. Sia V uno spazio con prodotto scalare e norma associata $\|\,.\,\|$. Sia $v = \lambda_1 \cdot v_1 + \cdots + \lambda_n \cdot v_n$. È vero che $L(k) = \|v - (\lambda_1 \cdot v_1 + \cdots + \lambda_k \cdot v_k)\|$ è una funzione decrescente di k ?

$\boxed{A}$ Sì, sempre. $\boxed{B}$ Sì se $v_1, \ldots, v_n$ è una base di V.

$\boxed{C}$ Sì se $v_1, \ldots, v_n$ è un sistema ortonormale. $\boxed{D}$ No, mai.

11. Se $f = (e_{-1} + e_2)^2$, quanto fa $\alpha_1(f)$? $\boxed{A}$ $2/\pi$. $\boxed{B}$ 2. $\boxed{C}$ $1/(2\pi)$. $\boxed{D}$ $1/\pi$.

12. Sia $f(x) = |x|$. Quanto fa $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n(f')$? $\boxed{A}$ -1. $\boxed{B}$ 0. $\boxed{C}$ $+1$. $\boxed{D}$ Diverge.

13. Se $\alpha_n(f) = \frac{1}{n^3}$, quanto fa $\alpha_n(f')$? $\boxed{A}$ $\frac{i}{n^2}$. $\boxed{B}$ $-\frac{i}{n^2}$. $\boxed{C}$ 0. $\boxed{D}$ f non è derivabile.

14. Se $g(t) = f(2t+1)$ e $F = \mathcal{F}(f)$ e $G = \mathcal{F}(g)$ sono le trasformate di Fourier, allora $G(x)$ risulta:

$\boxed{A}$ $2\,e^{2ix}F(2x)$. $\boxed{B}$ $2\,e^{-2ix}F(2x)$. $\boxed{C}$ $1/2 \cdot e^{ix/2}F(x/2)$. $\boxed{D}$ $1/2 \cdot e^{-ix/2}F(x/2)$.

15. Se $f(t) = t^2 - t^4$ e $\ll(f)$ è la trasformata di Laplace di f, allora $\ll(f)$:

$\boxed{A}$ È un polinomio. $\boxed{B}$ È olomorfa su tutto $\mathbb{C}$, ma non è un polinomio.

$\boxed{C}$ Ha un polo in 0. $\boxed{D}$ Ha una singolarità essenziale in 0.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre +3/−1 punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. D

7. D

8. A

9. B

10. C

11. B

12. B

13. A

14. C

15. C

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 16/12/00

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡