UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 18/06/01

**Nome** ________ **Cognome** ________ **Matricola** ______

**1.** La forma $(x+z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y + x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ è chiusa? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**2.** Se $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(0,0)=0$ e l'equazione $f(x,y)=0$ definisce una curva, il vettore $((\partial f/\partial x)(0,0),(\partial f/\partial y)(0,0))$ è per forza ortogonale a tale curva in $(0,0)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**3.** La soluzione del problema $x'=t/x^2$, $x(0)=1$ si estende continua a tutto l'asse reale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**4.** Se $\Delta=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$ e $\int_{\partial\Delta}\frac{f'(z)}{f(z)}\,\mathrm{d}z=0$, può $f$ avere solo un polo e nessuno zero in $\Delta$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**5.** Se $f:[0,\infty)\to\mathbb{C}$, $|f(t)|\le t$ per $t\ge 0$ e $g=\mathcal{L}(f)$ è la trasformata di Laplace di $f$, si può concludere che $g$ è olomorfa sul semipiano $\{z:\ \Re(z)>0\}$ ? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**6.** Sia $\Omega=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ -1\le x\le 1,\ 0\le y\le 1+x^2\}$. Quanto fa $\int_{\partial\Omega}(-y\,\mathrm{d}x)$ ?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $-1$. $\boxed{\text{D}}$ 8/3.

**7.** Se $\omega$ è una 1-forma su $\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$ si può concludere che:

$\boxed{\text{A}}$ $\omega$ è per forza esatta. $\boxed{\text{B}}$ $\omega$ è per forza chiusa.

$\boxed{\text{C}}$ Se $\omega$ è esatta allora è anche chiusa. $\boxed{\text{D}}$ Se $\omega$ è chiusa allora è anche esatta.

**8.** Quanti punti di massimo locale ha la funzione $y+z$ sull'insieme di equazione $x^2+y^4+2z^4=1$ in $\mathbb{R}^3$ ? $\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Più di due.

**9.** Sia $a_{n+2}=f(a_n,a_{n+1})$ una equazione alle differenze e siano $(a'_n)_{n=0}^\infty$ e $(a''_n)_{n=0}^\infty$ sue soluzioni. È vero che anche $(a'_n+a''_n)_{n=0}^\infty$ è una soluzione? $\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se la $f$ è lineare omogenea.

$\boxed{\text{C}}$ Sì se $(a'_n)_{n=0}^\infty$ e $(a''_n)_{n=0}^\infty$ sono progressioni geometriche. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

**10.** Si consideri la soluzione del problema di Cauchy $x''+x'-6x=0$, $x(0)=2$, $x'(0)=-1$. Quanto fa $\lim_{t\to+\infty}x(t)\cdot\mathrm{e}^{-3t}$ ? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $-1$. $\boxed{\text{D}}$ $+\infty$.

**11.** Se $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$ e $\sum_{n=1}^\infty f_n$ converge puntualmente a $f$ su $[0,1]$, si conclude che $f'$ esiste se:

$\boxed{\text{A}}$ $f_n$ è derivabile per ogni $n$. $\boxed{\text{B}}$ $f_n$ è derivabile e $\sum_{n=1}^\infty \max_{[0,1]}|f_n|<+\infty$.

$\boxed{\text{C}}$ $f_n$ è derivabile e $\sum_{n=1}^\infty \max_{[0,1]}|f'_n|<+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

**12.** Se $\Omega=\{z\in\mathbb{C}:\ \Re(z)>0\}$ e $f\in\mathcal{H}(\Omega)$, quale delle seguenti implica che $f$ è sempre nulla?

$\boxed{\text{A}}$ $f(1+1/n)=0$ per ogni $n\in\mathbb{N}$. $\boxed{\text{B}}$ $f(n)=0$ per ogni $n\in\mathbb{N}$.

$\boxed{\text{C}}$ $f(1/n)=0$ per ogni $n\in\mathbb{N}$. $\boxed{\text{D}}$ $|f(z)|\le 1$ per ogni $z\in\Omega$.

**13.** Se $f$ è olomorfa su $\mathbb{C}\setminus\{z_1,\dots,z_n\}$, quale delle seguenti condizioni implica che la somma di tutti i residui di $f$ è nulla? $\boxed{\text{A}}$ $|f(z)|\le 1$ per $|z|\le 1$. $\boxed{\text{B}}$ $|f(z)|\le 1$ per $|z|\ge 1$.

$\boxed{\text{C}}$ $|f(z)|\le |z|^{-2}$ per $|z|\ge 1$. $\boxed{\text{D}}$ $|f(z)|\ge |z|^2$ per $|z|\ge 1$.

**14.** Se $f\in\mathcal{H}(\mathbb{C})$ e $f(0)=f'(0)=1$, posto $g(z)=(f(z)/z)^2$, che residuo ha $g$ in 0?

$\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ $-1$. $\boxed{\text{D}}$ $-2$.

**15.** Sia $\alpha_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\mathrm{e}^{-int}\cos(t)\,\mathrm{d}t$. Quale delle seguenti è vera?

$\boxed{\text{A}}$ $\alpha_{-n}=-\alpha_n$ per ogni $n\in\mathbb{N}$. $\boxed{\text{B}}$ $\alpha_n=0$ per $n>0$.

$\boxed{\text{C}}$ Tutti gli $\alpha_n$ sono nulli tranne due. $\boxed{\text{D}}$ Tutti gli $\alpha_n$ sono nulli tranne quattro.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre +3/−1 punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

# Risposte esatte

## 5. ♣ 11. ♠

**1.** F

**2.** V

**3.** V

**4.** F

**5.** V

**6.** D

**7.** C

**8.** B

**9.** B

**10.** A

**11.** C

**12.** A

**13.** C

**14.** B

**15.** C

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 18/06/01

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

**1.** V F

**2.** V F

**3.** V F

**4.** V F

**5.** V F

**6.** A B C D

**7.** A B C D

**8.** A B C D

**9.** A B C D

**10.** A B C D

**11.** A B C D

**12.** A B C D

**13.** A B C D

**14.** A B C D

**15.** A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡