UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Sia $f_n(x) = \frac{nx^2+x}{n+1}$. La succ. di funz. $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ converge uniformemente su tutto $\mathbb{R}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Converge la serie $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot 4^{n+1}}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Si consideri l'equazione alle differenze $a_{n+3} = 4a_{n+2} - 5a_{n+1} + 2a_n$. È vero che le uniche soluzioni che hanno limite finito per n che tende a $+\infty$ sono costanti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. La soluzione del problema $\begin{cases} x' = x + t^2(x - \mathrm{e}^t), \\ x(0) = 2 \end{cases}$ è definita e limitata su $[0, +\infty)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Esistono funzioni in $\mathcal{H}(\mathbb{C})$ non costanti che assumono solo valori reali? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Siano date funzioni f_n reali continue su $[0,1]$ tali che $f_n(x) > 0$ e $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ per ogni n e per ogni x in $[0,1]$. Allora la successione $\{f_n\}$:

$\boxed{\text{A}}$ Converge puntualmente a una funzione non negativa.
$\boxed{\text{B}}$ Converge puntualmente alla funzione nulla.
$\boxed{\text{C}}$ Converge uniformemente. $\boxed{\text{D}}$ Può non convergere puntualmente.

7. Sia $\gamma(t) = t \cdot \cos(1-t) + i(1-t) \cdot \cos(t)$ per $t \in [0,1]$. Quanto fa $\int_\gamma (3z^2+1)\,\mathrm{d}z$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ 3.

8. Quanto fa $\lim\limits_{k\to\infty} \sum\limits_{n=k}^{k^2} \frac{1}{n}$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ $\log(k)$.

9. Sia x la soluzione del problema $\begin{cases} x''' - 2x'' - 5x' + 6x = 0, \\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0,\ x''(0) = 12. \end{cases}$ Quanto fa $\lim\limits_{t\to+\infty} \log(x(t))$?

$\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ Non esiste.

10. Sia $\gamma(t) = \cos(t) + it(\pi+t)(\pi-t)$ per $t \in [-\pi, \pi]$. Quanto fa $\int\limits_\gamma \frac{1}{z}\,\mathrm{d}z$?

$\boxed{\text{A}}$ $2\pi i$. $\boxed{\text{B}}$ 2π. $\boxed{\text{C}}$ 0. $\boxed{\text{D}}$ $-2\pi i$.

11. Qual è il raggio di convergenza della serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \log(n) \cdot \sin(n) \cdot z^n$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ e. $\boxed{\text{D}}$ π.

12. Sia $f(z) = \cos(1/\cos(z))$. Qual è il raggio di convergenza dello sviluppo di f in serie di potenze centrato nel punto 0? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ π. $\boxed{\text{C}}$ $2/\pi$. $\boxed{\text{D}}$ $\pi/2$.

13. Sia x la soluzione del problema $\begin{cases} (2tx^2 - \mathrm{e}^t) + 2t^2xx' = 0, \\ x(1) = \sqrt{\mathrm{e}}. \end{cases}$ Quanto fa $\lim\limits_{t\to 0^+} x(t)$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ Non esiste.

14. Sia $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e siano $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ e $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ successioni reali tali che $a_{n+2} = f(a_n, a_{n+1})$ e $b_{n+2} = f(b_n, b_{n+1})$ per ogni n. Sapendo che $a_{99} = b_{99}$ e $a_{100} = b_{100}$, si può concludere che $a_0 = b_0$?
$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se $\partial f/\partial x \neq 0$ su $\mathbb{R}^2$. $\boxed{\text{C}}$ Sì se $\partial f/\partial y \neq 0$ su $\mathbb{R}^2$. $\boxed{\text{D}}$ No, mai.

15. Se $\gamma(t) = -t + i\sqrt{1-t^2}$ per $t \in [-1,1]$, quanto fa $\int\limits_\gamma \frac{1}{z}\,\mathrm{d}z$?

$\boxed{\text{A}}$ $i\pi$. $\boxed{\text{B}}$ i. $\boxed{\text{C}}$ π. $\boxed{\text{D}}$ $2i\pi$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. V

4. F

5. F

6. A

7. C

8. C

9. D

10. D

11. B

12. D

13. C

14. B

15. A

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D