UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 24/09/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Una $F : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3$ infinitamente derivabile è sempre una parametrizzazione di una superficie? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

2. Se $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è derivabile e $x'(t) = x(t) \cdot (t - x(t))^2$ per ogni t, ne segue che x è infinitamente derivabile? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

3. Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ è derivabile e invertibile, la sua inversa è anch'essa derivabile? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

4. Se una successione di funzioni continue su $[0,1]$ converge uniformemente ad una f, la f è integrabile su $[0,1]$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

5. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ e $\lim\limits_{z\to 0} \big(z^2 \cdot f(z)\big) = 1$, la singolarità di f in 0 può essere eliminabile ? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

6. Sia $\alpha : [0, \pi/2] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(\theta) = (\sin(\theta), 2\cos(\theta))$. Sia $f(x,y) = x \cdot y$. Quanto fa $\int\limits_{\alpha} f$?

$\boxed{A}$ $14/9$. $\boxed{B}$ π. $\boxed{C}$ $1/2$. $\boxed{D}$ $-\infty$.

7. Dati $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ e $v : \Omega \to \mathbb{R}^2$, la $\mathrm{div}(v)$ è una funzione:

$\boxed{A}$ $\partial\Omega \to \mathbb{R}$. $\boxed{B}$ $\partial\Omega \to \mathbb{R}^2$. $\boxed{C}$ $\Omega \to \mathbb{R}$. $\boxed{D}$ $\Omega \to \mathbb{R}^2$.

8. Sia $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 \le 1,\ -1 \le z \le 1\}$. Quanto fa $\int\limits_{\partial C} z \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$?

$\boxed{A}$ 2π. $\boxed{B}$ 1. $\boxed{C}$ -1. $\boxed{D}$ π.

9. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $x'' - 2x' - 3x = 0$, $x(0) = 2$, $x'(0) = 2$. Quanto fa $\lim\limits_{t\to+\infty} \exp(-t) \cdot x(t)$? $\boxed{A}$ 0. $\boxed{B}$ 1. $\boxed{C}$ $+\infty$. $\boxed{D}$ -1.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ tale che $a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$. Quanto fa $\lim\limits_{n\to\infty} 3^{-n} \cdot a_n$?

$\boxed{A}$ 0. $\boxed{B}$ $1/3$. $\boxed{C}$ 1. $\boxed{D}$ $+\infty$.

11. Quanto fa $(\partial/\partial\overline{z})(\overline{z}^2 \cdot \cos(z))$?

$\boxed{A}$ 0. $\boxed{B}$ $2\overline{z} \cdot \cos(z) - \overline{z}^2 \cdot \sin(z)$. $\boxed{C}$ $2\overline{z} \cdot \cos(z)$. $\boxed{D}$ $-\overline{z}^2 \cdot \sin(z)$.

12. Che tipo di singolarità ha in 0 la funzione meromorfa $\cos(1/z)$?

$\boxed{A}$ Eliminabile. $\boxed{B}$ Essenziale. $\boxed{C}$ Polo di ordine 1. $\boxed{D}$ Polo di ordine maggiore di 1.

13. Se f è meromorfa su $\mathbb{C}$ con poli precisamente nei punti 0 e in $1 + i$, per quali z converge lo sviluppo di Laurent di f con centro in 0?

$\boxed{A}$ Per $|z| > 0$. $\boxed{B}$ Per $0 < |z| < \sqrt{2}$. $\boxed{C}$ Per $|z| < \sqrt{2}$. $\boxed{D}$ Per ogni z.

14. Data $f : [-\pi, +\pi] \to \mathbb{C}$, quale delle seguenti condizioni è la minima che garantisce che la serie di Fourier di f converge a f su $[-\pi, \pi]$? $\boxed{A}$ f è continua. $\boxed{B}$ f è continua e $f(-\pi) = f(+\pi)$. $\boxed{C}$ f ha derivata continua. $\boxed{D}$ f ha derivata continua e $f(-\pi) = f(+\pi)$.

15. Se $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ ammettono trasformate di Fourier $F = \mathcal{F}(f)$ e $G = \mathcal{F}(g)$, quanto fa la trasformata $\mathcal{F}(f * g)$ della loro convoluzione $f * g$?

$\boxed{A}$ $F \cdot G$. $\boxed{B}$ $(F \cdot G)/2\pi$. $\boxed{C}$ $F + G$. $\boxed{D}$ $(F + G)/2\pi$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.$\heartsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. A

7. C

8. A

9. C

10. D

11. C

12. B

13. B

14. D

15. A

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 24/09/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡