UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 25/10/00 (di prova)

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ______

1. Sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2,\ z \geq 0\}$. È vero che $\int_S z^2 \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}z = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. L'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \cdot \log(1 + (x-y)^2) = 0\}$ è una curva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Sia $a \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ t.c. $a_0 = a$ e $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ per $n \geq 0$. Esiste $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ e sia $\omega = \frac{x \, \mathrm{d}x + y \, \mathrm{d}y}{x^2 + y^2}$. La ω è esatta su A? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = (1 + x - t)^3 \\ x(0) = 1. \end{cases}$

La x si estende ad una funzione limitata sulla semiretta $[0,\infty)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $S \subset \mathbb{R}^3$ una superficie orientata senza bordo e sia γ una curva contenuta in S che separa S in due superfici S_1 e S_2 entrambe aventi γ come bordo. Siano S_1 e S_2 orientate coerentemente con l'orientazione di S. Allora le due orientazioni definite su γ da S_1 e S_2 sono:
$\boxed{\text{A}}$ Uguali tra loro. $\boxed{\text{B}}$ Opposte tra loro. $\boxed{\text{C}}$ Dipende. $\boxed{\text{D}}$ La situazione è impossibile.

7. Sia $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin(t))$ e $v(x,y,z) = (y + z, 2x + \sqrt{1 + y^4}, x + \log(1 + y^6 + z^6))$.
Quanto fa $\int_0^{2\pi} \langle v | \alpha'(t) \rangle \, \mathrm{d}t$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ π. $\boxed{\text{D}}$ $+\infty$.

8. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tali che $Jf \neq 0$ e $Jg \neq 0$ ovunque. Sia $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ f(x,y) = 0\}$. Sia $f(0,0) = g(0,0) = 0$ e $\det\left(\frac{\partial(f,g)}{\partial(x,y)}\right)(0,0) = 0$. Si può concludere che:
$\boxed{\text{A}}$ 0 è un max locale di g su C. $\boxed{\text{B}}$ 0 è un min locale di g su C. $\boxed{\text{C}}$ g è costante su C.
$\boxed{\text{D}}$ Se $\alpha : (-\varepsilon, \varepsilon) \to C$ è una parametrizzazione di C vicino a $(0,0) = \alpha(0)$ si ha $(g \circ \alpha)'(0) = 0$.

9. Quanti punti critici ha la funzione $(x+1)^2 + y^2 + z^2/2$ sull'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ z + y^2 - x^2 = 0\}$?
$\boxed{\text{A}}$ Uno. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Tre. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti.

10. Per $0 \leq t \leq 1$ siano $\alpha_1(t) = (3t, t^3)$, $\alpha_2(t) = (3t, t^3 + 3)$, $\alpha_3(t) = (1 + t, 1)$ e $\alpha_4(t) = (1 + t, 2)$.
Quanto fa $\int\limits_{\alpha_1} y \, \mathrm{d}x - \int\limits_{\alpha_2} y \, \mathrm{d}x - \int\limits_{\alpha_3} y \, \mathrm{d}x + \int\limits_{\alpha_4} y \, \mathrm{d}x$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 4. $\boxed{\text{C}}$ 8. $\boxed{\text{D}}$ 9.

11. Sia $a > 0$ e $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ t.c. $a_0 = a$ e $a_{n+1} = a_n \cdot \mathrm{e}^{-a_n}$ per $n \geq 0$. Quale è vera su $(a_n)_{n=0}^{\infty}$?
$\boxed{\text{A}}$ È decrescente e limitata. $\boxed{\text{B}}$ È crescente e limitata. $\boxed{\text{C}}$ Non ha limite. $\boxed{\text{D}}$ Vale sempre a.

12. Per quali $k > 0$ si ha $\int\limits_{[0,k]\times[0,k]} \frac{y \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y}{(x-2)^2} < \infty$? $\boxed{\text{A}}$ $k > 2$. $\boxed{\text{B}}$ $k < 2$. $\boxed{\text{C}}$ $k \geq 2$. $\boxed{\text{D}}$ $k \leq 2$.

13. Sia $v(x,y) = (x \cdot \log(2 - \sqrt{x^2 + y^2}), 1 - \sqrt{x^2 + y^2})$ e $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2 + y^2 \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$.
Quanto fa $\int_Q \mathrm{div}(v)$? $\boxed{\text{A}}$ 1/2. $\boxed{\text{B}}$ 0. $\boxed{\text{C}}$ $-1/2$. $\boxed{\text{D}}$ 2.

14. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = x^2 (x + t)^2 \\ x(0) = 1. \end{cases}$ La x si estende ed è limitata:

$\boxed{\text{A}}$ Su tutto $\mathbb{R}$. $\boxed{\text{B}}$ Su $(-\infty, 0]$ ma non su $[0, +\infty)$.
$\boxed{\text{C}}$ Su $[0, +\infty)$ ma non su $(-\infty, 0]$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' - x/t = t/(t-1) \\ x(2) = 2 \end{cases}$. Quanto fa $\lim_{t\to+\infty} x(t)/t$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ Non esiste.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.$\heartsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. F

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. C

10. C

11. A

12. B

13. A

14. B

15. C

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 25/10/00 (di prova)

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡