UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 25/11/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $a_n > 0$ per ogni n e $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, è vero che anche $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ converge? [V] / [F]

2. Se $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ converge a f uniformemente su A e su B, si può concludere che converge a f uniformemente su $A \cup B$? [V] / [F]

3. L'equazione alle differenze $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ ammette soluzioni costanti? [V] / [F]

4. Si consideri il sistema autonomo $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y. \end{cases}$

È vero che lungo ogni orbita si ha $\lim_{t \to +\infty} (x(t), y(t)) = (0, 0)$? [V] / [F]

5. Sia $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ e $p(z) = \sum_{k=0}^{d} a_k \cdot z^k \in \mathbb{C}[z]$. Si ponga $F = p(f) = \sum_{k=0}^{d} a_k \cdot f^k$, dove $f^0 = \mathrm{Id}$ e f^k indica f composta k volte. Si può concludere che $F \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$? [V] / [F]

6. Sia $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ tale che $f(x + iy) = x^2 + y^2$. Allora $\mathrm{d}f$ vale:

[A] $\overline{z}\,\mathrm{d}z + z\,\mathrm{d}\overline{z}$. [B] $z\,\mathrm{d}z + \overline{z}\,\mathrm{d}\overline{z}$. [C] $z\,\mathrm{d}z - \overline{z}\,\mathrm{d}\overline{z}$. [D] 0.

7. Quanto fa $\lim_{n \to \infty} n^{1/n}$? [A] 0. [B] 1. [C] $+\infty$. [D] Non esiste.

8. Quanto fa $\lim_{k \to \infty} \sum_{n=k}^{2k} \frac{1}{n^3}$? [A] 0. [B] $+\infty$. [C] 1. [D] k^{-2}.

9. Qual è il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(n) z^n$?

[A] 0. [B] 1. [C] π. [D] $+\infty$.

10. Sia $\gamma(t) = (2 + \sin^2(t/2)) \cdot (\cos(2t) + i \sin(2t))$ per $t \in [0, 2\pi]$. Quanto fa $\int_\gamma \frac{1}{z}\,\mathrm{d}z$?

[A] 0. [B] $2\pi i$. [C] $4\pi i$. [D] $-2\pi i$.

11. Sia $f(z) = \mathrm{e}^z / \sin(z)$. Che raggio di convergenza ha lo sviluppo di f in serie di potenze centrato nel punto $1 + i$? [A] $\sqrt{2}$. [B] π. [C] $\pi/2$. [D] $2/\pi$.

12. Se Δ_2 è il disco in $\mathbb{C}$ di centro 0 e raggio 2, $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta_2})$ e $|f(z)| \leq 3$ su $\overline{\Delta_2}$, si può concludere che $|f''(0)|$ non supera: [A] $3/2$. [B] $1/2\pi$. [C] $3/4$. [D] $3/4\pi$.

13. Quanto fa $\cos(\pi + i)$? [A] $\cosh(\pi)$. [B] $\sinh(\pi)$. [C] $-\cosh(1)$. [D] $-\sinh(1)$.

14. Si consideri la successione $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ tale che $\begin{cases} a_{n+2} + 2a_{n+1} + a_n = 0 \quad \text{per } n \geq 0 \\ a_0 = 1,\ a_1 = -2. \end{cases}$

Quanto fa a_{1000}? [A] -999. [B] 999. [C] -1001. [D] 1001.

15. Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} x''' + x'' = 4(x' + x) \\ x(0) = 0,\ x'(0) = -1,\ x''(0) = 3. \end{cases}$

Quanto fa $\lim_{t \to -\infty} x(t)$? [A] 0. [B] $-\infty$. [C] Non esiste. [D] $+\infty$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre +3/−1 punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 25/11/00

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. V

4. F

5. V

6. A

7. B

8. A

9. B

10. C

11. A

12. A

13. C

14. D

15. D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 25/11/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡