UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 27/01/01

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ______

1. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funzioni continue e $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ una curva tali che per ogni t il vettore $(f(\gamma(t)), g(\gamma(t)))$ è ortogonale al vettore $\gamma'(t)$. E' vero che $\int_\gamma (f\,\mathrm{d}x + g\,\mathrm{d}y) = 0$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

2. Tra le soluz. dell'eq. diff. $x'' + 2x' = 1$ ne esiste almeno una tale che $\lim_{t\to\infty} x(t)$ sia finito? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

3. Converge la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

4. Se $f(t) = (t/\pi)^3$ e $\alpha_n(f) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \mathrm{e}^{-int} f(t)\,\mathrm{d}t$, è vero che $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n(f)\,\mathrm{e}^{in\pi} = 1$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

5. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ è continua ed è nulla fuori da $[-1, +1]$, posto $F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-itx} f(t)\,\mathrm{d}t$, si può concludere che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 0$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

6. Se $\Delta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\}$ allora $\int_{\partial\Delta} (\cos(\mathrm{e}^y)\,\mathrm{d}y - y\,\mathrm{d}x)$ fa: $\boxed{\mathrm{A}}$ 0. $\boxed{\mathrm{B}}$ $\frac{\pi}{2}$. $\boxed{\mathrm{C}}$ π. $\boxed{\mathrm{D}}$ $\cos(\mathrm{e}^\pi)$.

7. Sia ω una 2-forma su $\mathbb{R}^3$ tale che $\mathrm{d}\omega = 0$ e $S \subset \mathbb{R}^3$ una superficie. In quale caso si può concludere che $\int_S \omega = 0$? $\boxed{\mathrm{A}}$ Se $S = \partial\Omega$ con Ω limitato. $\boxed{\mathrm{B}}$ Se S è il grafico di una funzione $z = Z(x,y)$. $\boxed{\mathrm{C}}$ Se S è contenuta in una sfera. $\boxed{\mathrm{D}}$ Nessuno dei precedenti.

8. Sia $f(x,y) = y \cdot \mathrm{e}^x$ e $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ y^2 = (x^2+x)^2,\ 0 \le x \le 1\}$. Quale è giusta per la f su S?
$\boxed{\mathrm{A}}$ È costante. $\boxed{\mathrm{B}}$ Ha un massimo e un minimo.
$\boxed{\mathrm{C}}$ Ha un massimo ma non ha minimo. $\boxed{\mathrm{D}}$ Ha un minimo ma non ha massimo.

9. Quale delle seguenti funzioni è soluzione dell'equazione differenziale $t(x''' + x' - 1) = x - x''$?
$\boxed{\mathrm{A}}$ $x(t) = t \cdot \log(t)$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $x(t) = t \cdot \mathrm{e}^t$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $x(t) = t^2 + 1$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $x(t) = \sin(t)$.

10. Sia $a_{n+3} = \alpha \cdot a_{n+2} + \beta \cdot a_{n+1} + \gamma \cdot a_n$ una equazione alle differenze con $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$. Sia $z \in \mathbb{C}$ tale che $z \ne 0$ e $(z^n)_{n=0}^{\infty}$ risolve l'equazione considerata. È vero che anche $(z^{-n})_{n=0}^{\infty}$ la risolve?
$\boxed{\mathrm{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\mathrm{B}}$ Sì, supponendo solo che α, β e γ siano reali.
$\boxed{\mathrm{C}}$ Sì, supponendo solo che $|z| = 1$. $\boxed{\mathrm{D}}$ Sì, supponendo sia che $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ sia che $|z| = 1$.

11. Sia $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f_n(t) = 0$ per $|t - n| > 1/n$ e $f_n(t) = 1 - n \cdot |t - n|$ per $|t - n| \le 1/n$. Quale è vera? $\boxed{\mathrm{A}}$ Qualche f_n è discontinua. $\boxed{\mathrm{B}}$ La successione $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge uniformemente.
$\boxed{\mathrm{C}}$ La successione $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge puntualmente a un limite discontinuo.
$\boxed{\mathrm{D}}$ La successione $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge puntualmente ma non uniformemente a un limite continuo.

12. Se $z = x + iy$, quanto fa la parte immaginaria di $\overline{z} \cdot \mathrm{e}^{iz}$? $\boxed{\mathrm{A}}$ $\mathrm{e}^{-y}(x\cos(x) - y\sin(x))$.
$\boxed{\mathrm{B}}$ $\mathrm{e}^{-y}(x\cos(x) + y\sin(x))$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $\mathrm{e}^{-y}(x\sin(x) - y\cos(x))$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $\mathrm{e}^{-y}(x\sin(x) + y\cos(x))$.

13. $\frac{z+i}{z-i}$ è immaginario puro se: $\boxed{\mathrm{A}}$ $z = 0$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $z = i$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $|z| = 1$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $|z| = 2$.

14. Se f ha in z_0 un polo di ordine 3 e $g(z) = f(z)^2$, quale è giusta sulla g in z_0? $\boxed{\mathrm{A}}$ È olomorfa.
$\boxed{\mathrm{B}}$ Ha un polo di ordine 3. $\boxed{\mathrm{C}}$ Ha un polo di ordine 6. $\boxed{\mathrm{D}}$ Ha un polo di ordine 9.

15. Sia $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ continua e siano a_n e b_n i coefficienti di Fourier di f rispetto ai coseni ed ai seni rispettivamente. Sia $\tilde{f}(t) = f(-t)$ e siano $\tilde{a}_n$ e $\tilde{b}_n$ i coefficienti di Fourier di $\tilde{f}$. Quale è vera?
$\boxed{\mathrm{A}}$ $\tilde{a}_n = a_n$, $\tilde{b}_n = b_n$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $\tilde{a}_n = a_n$, $\tilde{b}_n = -b_n$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $\tilde{a}_n = -a_n$, $\tilde{b}_n = b_n$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $\tilde{a}_n = -a_n$, $\tilde{b}_n = -b_n$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. F

4. F

5. V

6. C

7. A

8. B

9. A

10. D

11. D

12. C

13. C

14. C

15. B

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 27/01/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡