UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 28/10/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. Sia $\alpha(t) = ((t-1)^2, (t-2)^2)$ per $0 \le t \le 100$. La curva α è semplice? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

2. Sia $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \le 1\}$ e sia $v : D \to \mathbb{R}^3$ tale che $\langle v|n \rangle = 0$ ovunque su ∂D, dove n è la normale esterna a ∂D. Si può concludere che $\operatorname{div}(v) = 0$ ovunque su D ? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

3. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $\det(JF) \neq 0$ ovunque in $\mathbb{R}^2$. Ne segue che F è surgettiva? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

4. La soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x' = -(x+1)^2 \\ x(0) = 0 \end{cases}$ si estende a tutto $[0, \infty)$? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

5. La funzione $\sigma(u,v) = (v\,\mathrm{e}^u, u+v, \log(1+uv))$ definita su $[0,2] \times [0,2]$ è una parametrizzazione di una superficie? $\boxed{\mathrm{V}}$ / $\boxed{\mathrm{F}}$

6. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la successione definita dalle relazioni $a_0 = 0$ e $a_{n+1} = (1 + a_n^2)/2$ per $n \ge 0$. Quanto fa $\lim_{n\to\infty} a_n$? $\boxed{\mathrm{A}}$ 0. $\boxed{\mathrm{B}}$ 1. $\boxed{\mathrm{C}}$ $+\infty$. $\boxed{\mathrm{D}}$ Non esiste.

7. Quanto fa $\int_0^{\pi/2} t\cos(t)\,\mathrm{d}t$? $\boxed{\mathrm{A}}$ 0. $\boxed{\mathrm{B}}$ $\pi/2$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $\pi/2 - 1$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $\pi/2 + 1$.

8. Sia $\alpha(t) = (t + t^2, t - t^2)$ per $0 \le t \le 1/2$ e $f(x,y) = x + y$. Quanto fa $\int_\alpha f$?
$\boxed{\mathrm{A}}$ $2/3 - 1/(3\sqrt{2})$. $\boxed{\mathrm{B}}$ 1. $\boxed{\mathrm{C}}$ 0. $\boxed{\mathrm{D}}$ $+\infty$.

9. Sia $v(x,y) = (x(x^2+y^2), \log((1+x^2+y^2)/2)$ e $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2+y^2 \le 1\}$. Quanto fa $\int_D \operatorname{div}(v)$? $\boxed{\mathrm{A}}$ 0. $\boxed{\mathrm{B}}$ 1. $\boxed{\mathrm{C}}$ 2π. $\boxed{\mathrm{D}}$ π.

10. Sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; |x| \le 1, \; |y| \le 1, \; z = y^2 - x^2\}$ e sia $\omega = xy^2\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$. Quanto fa $\int_S \omega$?
$\boxed{\mathrm{A}}$ 8/9. $\boxed{\mathrm{B}}$ 1. $\boxed{\mathrm{C}}$ 10/9. $\boxed{\mathrm{D}}$ 0.

11. Sia $\phi(x,y,z) = (y\mathrm{e}^x, y+z, z\mathrm{e}^y)$. Quanti sono i punti vicino a cui la ϕ non ammette inversa locale di classe C^1 ? $\boxed{\mathrm{A}}$ Nessuno. $\boxed{\mathrm{B}}$ Uno. $\boxed{\mathrm{C}}$ Due. $\boxed{\mathrm{D}}$ Infiniti.

12. Un sistema di eq. diff. del tipo $\begin{cases} x'' = f(t,x,y,x',y') \\ y'' = g(t,x,y,x',y') \end{cases}$ si può ridurre ad uno del tipo:
$\boxed{\mathrm{A}}$ $u'' = F(t,u,u')$ con $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $u' = F(t,u)$ con $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
$\boxed{\mathrm{C}}$ $u'''' = F(t,u,u',u'',u''')$ con $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $u' = F(t,u)$ con $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$.

13. Sia $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; 0 \le x \le 1, \; 0 \le y \le 1, \; \sqrt{x^2+y^2} \le z \le 2\sqrt{x^2+y^2}\}$ e $I = \int_V z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$. Quale è vera? $\boxed{\mathrm{A}}$ $I \le 0$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $0 < I < 1$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $I = 1$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $I > 1$.

14. Sia $\omega = 2x \cdot \log(y)\,\mathrm{d}x - x^2/y \cdot \mathrm{d}y$. Quanto fa $\mathrm{d}\omega$?
$\boxed{\mathrm{A}}$ $4x/y \cdot \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $-4x/y \cdot \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. $\boxed{\mathrm{C}}$ 0. $\boxed{\mathrm{D}}$ $(2\log(y) + (x/y)^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$.

15. Sia L la lunghezza della curva $\alpha(t) = (2t, t^2, t^3/3)$ per $0 \le t \le 1$. Quale è giusta?
$\boxed{\mathrm{A}}$ $0 < L < 1$. $\boxed{\mathrm{B}}$ $1 < L < 2$. $\boxed{\mathrm{C}}$ $2 < L < 3$. $\boxed{\mathrm{D}}$ $3 < L < 4$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. F

4. V

5. F

6. B

7. C

8. A

9. D

10. A

11. D

12. D

13. C

14. B

15. C

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III" – A.A. 2000/2001 – Quiz del 28/10/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡