UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 9/9/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $Q = [0,1] \times [0,1]$ e $v : Q \to \mathbb{R}^2$ è nullo su ∂Q, è vero che $\int_Q \operatorname{div}(v) = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(0) = 0$ e $\frac{\partial f}{\partial x_1}(0) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(0) = 1$, può essere $f(x) = 0$ solo per $x = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. L'insieme delle soluzioni dell'equazione alle differenze $a_{n+2} = n^2 \cdot a_{n+1} - a_n$ è un sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ hanno in 0 dei poli, può $f \cdot g$ avere una singolarità essenziale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $f : [0, \infty) \to \mathbb{C}$ e $\mathcal{L}$ la strasformazione di Laplace. Si ha sempre $\mathcal{L}(f)' = \mathcal{L}(f')$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Si consideri la curva $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t^2, t^3)$. La sua lunghezza è:
$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $\sqrt{2}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

7. Se $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ è una superficie, quale è vera in generale su $\partial\Sigma$? $\boxed{\text{A}}$ Consiste di curve (anche nessuna).
$\boxed{\text{B}}$ È vuoto. $\boxed{\text{C}}$ Consiste di una singola curva. $\boxed{\text{D}}$ Consiste di una o più curve.

8. Siano $\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \leq 1, \ z = \sqrt{x^2+y^2}\right\}$ e $\omega(x,y,z) = x\,\mathrm{d}y + \cos(xy)\,\mathrm{d}z$.
Quanto fa $\int_\Sigma \mathrm{d}\omega$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ π. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ $\cos(1)$.

9. Quale dei seguenti sistemi equivale all'equazione differenziale $x'' = 4x' + x^2$?
$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} u' = u, \\ v' = 4v + v^2. \end{cases}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} u'' = v, \\ v'' = 4v' + u^2. \end{cases}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} u' = v, \\ v' = 4v + u^2. \end{cases}$ $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} u' = 4v + u^2, \\ v' = u. \end{cases}$

10. Sia $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $x'' = x' + 6x$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 3$. Quanto fa $x(\log 2)$?
$\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 0. $\boxed{\text{C}}$ 1/4. $\boxed{\text{D}}$ 8.

11. Quale delle seguenti condizioni **non** assicura che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ converge?
$\boxed{\text{A}}$ $|a_{n+1}| < 2|a_n|$. $\boxed{\text{B}}$ $|a_n| < n$. $\boxed{\text{C}}$ $|a_n| < 100$. $\boxed{\text{D}}$ $a_n = (-2)^n/(n+1)$.

12. Sia $f : \Delta \to \mathbb{C}$ olomorfa iniettiva. Siano $\alpha, \beta : (-1,1) \to \mathbb{C}$ le curve date da $\alpha(t) = f(t)$ e $\beta(t) = f(it)$. Quale è vera per α e β? $\boxed{\text{A}}$ Sono disgiunte. $\boxed{\text{B}}$ Si incontrano infinite volte.
$\boxed{\text{C}}$ Si incontrano ortogonalmente in un punto. $\boxed{\text{D}}$ Possono non essere derivabili.

13. Se $Q = \{z \in \mathbb{C} : \ |\mathrm{Re}(z)| + |\mathrm{Im}(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(Q)$, quanto vale almeno il raggio di convergenza della serie di Taylor di f in 0? $\boxed{\text{A}}$ ∞. $\boxed{\text{B}}$ $\sqrt{2}$. $\boxed{\text{C}}$ $1/\sqrt{2}$. $\boxed{\text{D}}$ 1.

14. Siano $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ |z-2| < 1\} \cup \{z \in \mathbb{C} : \ |z+2| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Quale delle seguenti garantisce che f è nulla su Ω? $\boxed{\text{A}}$ $f^{(n)}(2) = f^{(n)}(-2) = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $f(\frac{n+2}{n+1}) = f^{(n)}(-2) = 0$.
$\boxed{\text{C}}$ $f(\frac{n+2}{n+1}) = f(-\frac{n+2}{n+1}) = 0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Sia $f(t) = t$ per $|t| \leq \pi$ e siano $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ e $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ i coefficienti di Fourier reali di f.
Quale delle seguenti è **falsa**?
$\boxed{\text{A}}$ $b_n \neq 0$ per infiniti n. $\boxed{\text{B}}$ $a_n = 0$ per ogni n. $\boxed{\text{C}}$ $b_1 = 2$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 9/9/02

Nome __________ **Cognome** __________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. F

5. F

6. D

7. A

8. B

9. C

10. D

11. A

12. C

13. C

14. A

15. D