UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 12/01/02

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. La curva $\alpha : [-1,1] \to \mathbb{R}^2$ dove $\alpha(t) = (\cos(\pi t), t(1-t^2))$ è bordo di un aperto di $\mathbb{R}^2$? V / F

2. Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ è iniettiva e $\det(Jf) \neq 0$ in ogni punto, ne segue che f è surgettiva? V / F

3. Le soluzioni dell'equazione $x' = x^2t^2$ sono tutte definite su tutto $\mathbb{R}$? V / F

4. Se f ha in z_0 un polo di ordine 2, ne segue che il residuo di f in z_0 è nullo? V / F

5. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ con $g(t) = f(-t)$ per ogni t. Siano $F = \mathcal{F}(f)$ e $G = \mathcal{F}(t)$ le trasformate di Fourier. È vero che $G(x) = F(-x)$ per ogni x? V / F

6. Quanto fa $\int_\alpha x^2 \, \mathrm{d}y$ dove $\alpha : [1,2] \to \mathbb{R}^2$ è data da $\alpha(t) = (t^2, \log(t))$?

A $15/4$. B $31/5$. C $7/3$. D $3/2$.

7. Sia $\sigma : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3$ data da $\sigma(u,v) = (1+u, uv, u^2)$. Quanto misura l'area della superficie parametrizzata da σ ? A 1. B $(5^{3/2}-1)/12$. C $(2^{3/2}-1)/3$. D π.

8. Sia $\alpha : [0,\pi] \to \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin^2(t/2))$.
Quanto fa $\int_\alpha (2xz\,\mathrm{e}^y \,\mathrm{d}x + x^2 z\,\mathrm{e}^y \,\mathrm{d}y + x^2\,\mathrm{e}^y \,\mathrm{d}z)$? A $\cosh(1)$. B 0. C 1. D π.

9. Un sistema di 2 equazioni differenziali del secondo ordine può essere trasformato in:

A Una equazione del quarto ordine. B Un sistema di 4 equazioni del primo ordine.
C Una equazione del secondo ordine. D Un sistema di due equazioni del primo ordine.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ tale che $a_{n+3} = 4(a_{n+1} + 2a_n) - 2a_{n+2}$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0$, $a_2 = 8$. Quanto fa $\lim_{n\to\infty} 2^{-n} a_n$?

A 0. B 1. C Non esiste. D $+\infty$.

11. Sia $f \in \mathcal{H}(\{z : |z| < 1\})$ iniettiva e tale che f' non si annulla mai. Siano $\alpha, \beta : (-1,1) \to \mathbb{C}$ le curve $\alpha(t) = f(t)$ e $\beta(t) = f(it)$. Tali curve: A Possono non incontrarsi.
B Si incontrano infinite volte. C Dove si incontrano hannno la stessa direzione tangente.
D Dove si incontrano sono ortogonali tra loro.

12. Che raggio di convergenza ha lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 1$ della $f(z) = \frac{\cos(1/z)}{z-i}$?

A 0. B 1. C $\sqrt{2}$. D $+\infty$.

13. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(x-i)^2(x^2+1)}$? A 0. B $\pi/2$. C $-\pi/4$. D $-i\pi$.

14. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z-i|=1} \frac{\mathrm{d}z}{z^4-1}$? A 0. B $i/4$. C $-i/2$. D $+\infty$.

15. Sia $f : [-\pi, +\pi] \to \mathbb{C}$ derivabile e tale che $\int_{-\pi}^{+\pi} \mathrm{e}^{-int} f(t)\,\mathrm{d}t = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}$ pari. Allora:

A f è pari. B f è dispari. C f è sempre nulla. D Nessuna della precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 12/01/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. F

4. F

5. V

6. A

7. B

8. C

9. B

10. C

11. D

12. B

13. C

14. B

15. D