UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 13/7/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. La curva $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t^2, \sin(\pi t))$ ha lunghezza maggiore di 1? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Sia $C = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$. È nullo $\int_{\partial C} (-y^2 \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y + x^2 \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}z)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ il limite uniforme di una successione di funzioni derivabili infinite volte.
Può f essere derivabile una volta ma non due? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Le armoniche $u(x,y) = x^2 - y^2$ e $v(x,y) = 3x^2y - y^3$ sono coniugate? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $f : [-\pi,\pi] \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \pi - |x|$.
La serie di Fourier di f converge uniformemente a f su $[-\pi,\pi]$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Siano $v(x,y) = (x\cos(1-x^2-y^2), y\cos(1-x^2-y^2))$ e $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2 \le 1\}$.
Quanto fa $\int_D \operatorname{div}(v)$? $\boxed{\text{A}}$ 2π. $\boxed{\text{B}}$ π. $\boxed{\text{C}}$ $\pi/2$. $\boxed{\text{D}}$ $\pi/4$.

7. Se $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2 \le 4, \ z = 2xy\}$, quale $\alpha : [0,2\pi] \to \mathbb{R}^3$ parametrizza ∂S?
$\boxed{\text{A}}$ $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), 8\sin(t))$. $\boxed{\text{B}}$ $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), 8\cos(t))$.
$\boxed{\text{C}}$ $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), 8\sin(2t))$. $\boxed{\text{D}}$ $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), 4\sin(2t))$.

8. Sia x la soluzione di $x' = x^2\,\mathrm{e}^t$ con $x(0) = -1$.
Quanto fa $x(-1)$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $-\mathrm{e}$. $\boxed{\text{D}}$ e.

9. Sia x la soluzione di $x'' = 2x + x'$ con $x(0) = 2$ e $x'(0) = 1$.
Quanto fa $x(\log 2)$? $\boxed{\text{A}}$ $7/2$. $\boxed{\text{B}}$ $9/2$. $\boxed{\text{C}}$ $-7/2$. $\boxed{\text{D}}$ $-9/2$.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la soluzione di $a_{n+2} = -a_n - 2a_{n+1}$ con $a_0 = -1$ e $a_1 = 0$. Quanto fa a_{99}?
$\boxed{\text{A}}$ 98. $\boxed{\text{B}}$ -98. $\boxed{\text{C}}$ 100. $\boxed{\text{D}}$ -100.

11. Su quali dei seguenti insiemi Ω **non** esiste una fuzione $f : \Omega \to \mathbb{C}$ continua tale che $\exp(f(z)) = z$ per ogni z in Ω? $\boxed{\text{A}}$ $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ \mathrm{Re}(z) > 0\}$. $\boxed{\text{B}}$ $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ \mathrm{Re}(z) > 1\}$.
$\boxed{\text{C}}$ $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ \mathrm{Re}(z) > -1\}$. $\boxed{\text{D}}$ $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ |z - i| < 1\}$.

12. Se $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |\mathrm{Re}(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$, che raggio di convergenza ha la serie di Taylor di f centrata in $2i$? $\boxed{\text{A}}$ 4. $\boxed{\text{B}}$ 3. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ 1.

13. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 \,\mathrm{d}x}{(x^2+1)(x^2+4)}$? $\boxed{\text{A}}$ $\pi/3$. $\boxed{\text{B}}$ $2\pi/3$. $\boxed{\text{C}}$ $4\pi/3$. $\boxed{\text{D}}$ 0.

14. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ e $\lim_{z \to 0} z^3 f(z) = 0$ allora f in 0 ha: $\boxed{\text{A}}$ Una singolarità eliminabile.
$\boxed{\text{B}}$ Un polo di ordine al più 2. $\boxed{\text{C}}$ Un polo di ordine 3. $\boxed{\text{D}}$ Una singolarità essenziale.

15. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 1$ per $|x| \le 1$ e $f(x) = 0$ altrimenti.
Quanto fa la trasformata di Fourier $\mathcal{F}(f)$ in t?
$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $(2\sin t)/t$. $\boxed{\text{D}}$ e^t.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 13/7/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. F

5. V

6. A

7. D

8. C

9. B

10. B

11. C

12. D

13. A

14. B

15. C

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.