UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 16/2/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. È chiusa la forma $(xy - e^z)\,dx\,dy + (x\,e^z + y^2)\,dy\,dz$? V / F

2. Il vettore $(1,1)$ è tangente alla curva di equazione $e^x \cos(x+y) = 1$ nel punto $(0,0)$? V / F

3. L'equazione $x' = x^3 e^t$ ammette soluzioni definite su tutto $\mathbb{R}$? V / F

4. Per $n \geq 1$ sia $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua, a valori positivi, decrescente e tale che $f_n(0) = 1/n^2$. Ne segue che $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ è continua? V / F

5. Se $u, v : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ e $u + iv$ è olomorfa, lo è anche $v + iu$? V / F

6. Sia ω una 1-forma su $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ tale che $d\omega = 0$. Esiste necessariamente f tale che $\omega = df$?
A Sì, sempre. B Sì se $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| > 1\}$.
C Sì se $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{Z}^2$. D Sì se $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x_1| + |x_2| < 1\}$.

7. Sia L la lunghezza della curva $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\frac{1}{3}t^3, \frac{1}{4}t^4)$. Quale è vera?
A $1/3 < L < \sqrt{2}/3$. B $\sqrt{2}/3 < L < 1/2$. C $1/2 < L < 1/\sqrt{2}$. D $L = 0$.

8. Siano $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1,\ y = x^2 + z^2\}$, $v(x,y,z) = ((1-y)x, x^2y^2z^2, \sin(\pi y)z^3)$ ed n la normale a Σ. Quanto fa $\int_\Sigma \langle \mathrm{rot}(v) | n \rangle$? A 0. B 1. C $\sqrt{\pi}$. D π.

9. Sia x la soluzione di $x'' - 2x' + 2x$ con $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$. Quanto fa $\lim_{t \to +\infty} x(t)$?
A 0. B Non esiste. C $-\infty$. D $+\infty$.

10. Che tipo di punto è $(0,0)$ per il sistema $\begin{cases} x' = y\,e^x \\ y' = \sin(y) - x \end{cases}$? A Stazionario attrattivo.
B Stazionario repulsivo. C Stazionario di tipo sella. D Non stazionario.

11. Può una forma $A(x,y)\,dx + B(x,y)\,dy$ essere riscritta come $f(z)\,dz$?
A Sì, sempre. B Sì se $A + iB \equiv 0$. C Sì se $A - iB \equiv 0$. D Sì solo se $A \equiv B \equiv 0$.

12. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{2x^2+1}$? A $\pi/\sqrt{2}$. B $\sqrt{2}\pi$. C $\pi/2$. D 2π.

13. Siano $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ e sia $h(z) = f(z)/g(z)$. Quali sono in generale i poli di h?
A Alcuni degli zeri di f. B Tutti gli zeri di f.
C Alcuni degli zeri di g. D Tutti gli zeri di g.

14. Sia $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ data da $f(t) = 1$ per $|t| \leq \pi/2$ e $f(t) = 0$ altrimenti. Siano $\{a_n : n \geq 0\}$ e $\{b_n : n \geq 1\}$ i suoi coefficienti di Fourier reali. Allora: A $b_n \neq 0$ per infiniti n.
B $b_n \neq 0$ per ogni n. C $a_n \neq 0$ per infiniti n. D $a_n = 0$ per $n \geq 4$.

15. Sia $f : [0,\infty) \to \mathbb{C}$ e sia $\mathcal{L}$ la trasformazione di Laplace. È vero che $\mathcal{L}(f')(z) = z \cdot \mathcal{L}(f)(z)$?
A Sì, sempre. B Sì se f è periodica. C Sì se $f'(0) = 0$. D Sì se $f(0) = 0$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 16/2/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. D

7. A

8. A

9. B

10. B

11. B

12. A

13. C

14. C

15. D