UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 25/6/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. La curva $\alpha : [-1,1] \to \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (1-t^2, \cos(\pi t), \cos^2(t))$ è semplice? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tali che $f(0) = g(0) = 0$ e $\mathrm{J}f(0), \mathrm{J}g(0)$ sono entrambi non nulli.
Se 0 è il minimo di g su $\{x \in \mathbb{R}^2 : f(x) = 0\}$, è vero che $\mathrm{J}f(0)$ e $\mathrm{J}g(0)$ sono paralleli? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. La soluzione dell'equazione $x' = -x(1+t^2x^2)$ con $x(0) = 1$ esiste su tutto $[0, \infty)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. È vero che $\cos(z) = \cosh(iz)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ e $f(x) \in \mathbb{R}$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, si può concludere che f è costante? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $Q = [0,1] \times [0,1]$. Quanto fa $\int_{\partial Q} x^2 \,\mathrm{d}y$? $\boxed{\text{A}}$ 2. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ 1/2. $\boxed{\text{D}}$ 0.

7. Sia $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$ e $v(x,y,z) = (-y\,\mathrm{e}^{1-x^2-y^2-z^2}, x\,\mathrm{e}^{1-x^2-y^2-z^2}, 0)$.
Quanto fa $\int_D \mathrm{div}(v)$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ π. $\boxed{\text{C}}$ e. $\boxed{\text{D}}$ $\pi \cdot \mathrm{e}$.

8. Sia x la soluzione di $x'' = 6x' - 9x$ con $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.
Quanto fa $\lim_{t \to +\infty} \mathrm{e}^{-3t} x(t)$? $\boxed{\text{A}}$ $-\infty$. $\boxed{\text{B}}$ $+\infty$. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ 0.

9. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ la soluzione di $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$ con $a_0 = 2$ e $a_1 = -1$. Quale è vera?
$\boxed{\text{A}}$ $a_{100} < -1$. $\boxed{\text{B}}$ $-1 < a_{100} < 0$. $\boxed{\text{C}}$ $0 < a_{100} < 1$. $\boxed{\text{D}}$ $a_{100} > 1$.

10. Siano $\sum a_n$ e $\sum b_n$ serie numeriche reali, con $\sum a_n$ assolutamente convergente.
Quale delle seguenti garantisce che $\sum b_n$ converge?
$\boxed{\text{A}}$ $b_n/a_n < 1/2$. $\boxed{\text{B}}$ $|b_n/a_n| < 2^n$. $\boxed{\text{C}}$ $|b_n/a_n| > 1/2$. $\boxed{\text{D}}$ $|b_n/a_n| < 1$.

11. Quanto fa $\partial/\partial\overline{z}\,(\overline{z}\,\mathrm{e}^z)$? $\boxed{\text{A}}$ $\overline{z}\,\mathrm{e}^z$. $\boxed{\text{B}}$ $\overline{z}$. $\boxed{\text{C}}$ e^z. $\boxed{\text{D}}$ 0.

12. Se $\Delta_R = \{z \in \mathbb{C} : \ |z| < R\}$ e $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta_R})$ è tale che $|f(z)| \leq k$ per $z \in \partial\Delta_R$, si può concludere che $|f'(0)|$ è maggiorato da: $\boxed{\text{A}}$ k/R^2. $\boxed{\text{B}}$ k/R. $\boxed{\text{C}}$ $k/2\pi R^2$. $\boxed{\text{D}}$ $k/2\pi R$.

13. Quanto fa $\int_{|z|=2} \frac{z\,\mathrm{d}z}{(z^2-1)(z^2-9)}$? $\boxed{\text{A}}$ $-\pi i/4$. $\boxed{\text{B}}$ 0. $\boxed{\text{C}}$ $-\pi i/8$. $\boxed{\text{D}}$ $-\pi i/2$.

14. Se $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ hanno in 0 un polo, può $f+g$ avere una singolarità eliminabile?
$\boxed{\text{A}}$ No, mai. $\boxed{\text{B}}$ Sì se f e g hanno residuo nullo. $\boxed{\text{C}}$ Sì se f e g hanno ordini diversi.
$\boxed{\text{D}}$ Sì se f e g hanno polo semplice e residui opposti.

15. Se $f : [0, \infty) \to \mathbb{C}$ e Laplace $\mathcal{L}(f)$ esiste per $z = 1$, si può concludere che esiste per ogni:
$\boxed{\text{A}}$ $z \in \mathbb{C}$. $\boxed{\text{B}}$ $z \in \mathbb{C}$ con $|z| > 1$. $\boxed{\text{C}}$ $z \in \mathbb{C}$ con $\mathrm{Re}(z) > 1$. $\boxed{\text{D}}$ $z \in \mathbb{C}$ con $\mathrm{Im}(z) > 1$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 25/6/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Matematica III — Quiz del 25/6/02

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. B

7. A

8. B

9. D

10. D

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.