UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 28/9/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ è un aperto limitato e $\partial\Omega$ è una superficie, può $\partial\Omega$ non essere orientabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. La soluzione x dell'equazione $x' = (x-t)^2$ tale che $x(0) = 0$ esiste su tutto $[0, \infty)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $\sum a_n z^n$ converge per $z = 1$, converge necessariamente anche per $z = i$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. È vero che $\partial/\partial\overline{z}(|z|^4)$ si annulla per $z = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{C}$ tale che la sua serie di Fourier $\sum \alpha_n \cdot e_n$ converga a f uniformemente su $[-\pi, \pi]$. Sia $F(t) = \int_0^t f(s)\,\mathrm{d}s$. È sempre vero che F è la somma della serie $\sum_{n \neq 0} \frac{\alpha_n}{in} \cdot e_n$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Si considerino la curva $\alpha : [0, \pi/2] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$ e la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 2xy$. Quanto fa $\int_\alpha f$? $\boxed{\text{A}}$ $1/2$. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ -1. $\boxed{\text{D}}$ $-1/2$.

7. Se $Q = [0,1] \times [0,1]$ e $\omega(x, y) = y\,\mathrm{d}x + \cos y \cdot \mathrm{e}^{\sin y}\,\mathrm{d}y$, quanto fa $\int_{\partial Q} \omega$?
$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ -1. $\boxed{\text{D}}$ e.

8. Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ z \geq 0\}$, sia $v(x, y, z) = (-y, x, \sin(xyz))$, sia n la normale unitaria a Σ. Quanto fa $\int_\Sigma \langle \mathrm{rot}(v) | n \rangle$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ π. $\boxed{\text{D}}$ 2π.

9. Sia $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $x'' = 4(x' - x)$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$. Quanto fa $x(1)$?
$\boxed{\text{A}}$ e^2. $\boxed{\text{B}}$ $\mathrm{e}^2/2$. $\boxed{\text{C}}$ e. $\boxed{\text{D}}$ $1/2$.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^\infty$ la soluzione dell'equazione $a_{n+3} + a_{n+2} - 4a_{n+1} - 4a_n = 0$ tale che $a_0 = 2$, $a_1 = 1$, $a_2 = 5$. Quanto fa a_{10}? $\boxed{\text{A}}$ 1023. $\boxed{\text{B}}$ 1025. $\boxed{\text{C}}$ 2047. $\boxed{\text{D}}$ 2048.

11. Per $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua e derivabile con $f_n' > 0$. Sia $(f_n)_{n=0}^\infty$ uniformemente convergente su $[0,1]$ a una f. Quale delle seguenti può **non** valere per f?
$\boxed{\text{A}}$ È continua. $\boxed{\text{B}}$ È limitata. $\boxed{\text{C}}$ È derivabile. $\boxed{\text{D}}$ È non decrescente.

12. Sia $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ tale che $|f|$ sia limitato su Ω. Si può concludere che f è costante se Ω è:
$\boxed{\text{A}}$ Δ. $\boxed{\text{B}}$ $\mathbb{C}$. $\boxed{\text{C}}$ $\{z \in \mathbb{C} : \ |\mathrm{Re}(z)| < 1\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuno dei precedenti.

13. Siano $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ |\mathrm{Re}(z)| < 1, \ |\mathrm{Im}(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Quale delle seguenti garantisce che f è nulla su Ω? $\boxed{\text{A}}$ $f(\frac{1+i}{n+1}) = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $f(\frac{n}{n+1}) = 0$. $\boxed{\text{C}}$ $f(\frac{1+in}{n+1}) = 0$. $\boxed{\text{D}}$ $f(\frac{n(1+i)}{n+1}) = 0$.

14. Quanto fa $\int_{|z|=2} \frac{z^2}{z^2 - 2z - 3}\,\mathrm{d}z$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ $-\pi i$. $\boxed{\text{C}}$ $-2\pi i$. $\boxed{\text{D}}$ $-\pi i/2$.

15. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ tale che esista la sua trasformata di Fourier $h = \mathcal{F}(g)$. Quale è vera?
$\boxed{\text{A}}$ $g = h$. $\boxed{\text{B}}$ $g = \mathcal{F}(h)$. $\boxed{\text{C}}$ $g(t) = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}(h)(-t)$ per ogni t. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Matematica III — Quiz del 28/9/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. A

10. B

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.