UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 01/02/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. Sia $\alpha : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t, |\sin(t)|)$.
Esiste una riparametrizzazione β di α tale che β' esiste sempre ed è non nullo? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ è derivabile, può l'equazione $f(x, y, z) = 0$ definire una curva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. È stabile il punto $(0, 0)$ di equilibrio per $\begin{cases} x' = -1 + e^{x-y} \\ y' = -1 + (x+1)^3 - 2y \end{cases}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. È vero che $\cosh(-z) = \cos(iz)$ per ogni $z \in \mathbb{C}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Sia $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ z \neq \overline{z}\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ tale che $f(\frac{1}{n} + i) = 0$ per ogni n.
Ne segue che f è sempre nulla? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se $\alpha(t) = (1 + t^7, 1 + t^9)$ per $t \in [0, 1]$ e $\omega = \frac{1}{x}\,dx + \frac{1}{y}\,dy$, quanto fa $\int_\alpha \omega$?

$\boxed{\text{A}}$ $16 \log 2$. $\boxed{\text{B}}$ 16. $\boxed{\text{C}}$ $\log 4$. $\boxed{\text{D}}$ $\log 2$.

7. Se $\Omega = [-\pi, \pi] \times [-1, 1] \times [0, 1]$ e $v(x, y, z) = (\sin(x)\, e^{y^2+z^2}, (1-y^2)\cos(z), zy^2)$, quanto fa $\int_\Omega \operatorname{div}(v)$?

$\boxed{\text{A}}$ $4\pi/3$. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ $\pi/4$. $\boxed{\text{D}}$ 0.

8. Date $u, v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $u' = v$, $v' = 5v - 6u$, $u(0) = 0$, $v(0) = 1$, posto $\ell_\pm = \lim_{t \to \pm\infty} u(t)$ si ha:

$\boxed{\text{A}}$ $\ell_+ = -\ell_- = +\infty$. $\boxed{\text{B}}$ $\ell_+ = +\infty$, $\ell_- = 0$. $\boxed{\text{C}}$ $\ell_+ = 0$, $\ell_- = +\infty$. $\boxed{\text{D}}$ $\ell_+ = -\ell_- = -\infty$.

9. Dati a_k e a_{k+1}, è fissata univocamente la $(a_n)_{n=0}^\infty$ tale che $a_{n+2} = a_{n+1}^2 + (n-3)a_n$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, per ogni k. $\boxed{\text{B}}$ No, per nessun k. $\boxed{\text{C}}$ Sì se $k \geq 4$. $\boxed{\text{D}}$ Sì se $k \leq 3$.

10. Sia $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2^n}$. Quale è **falsa**? $\boxed{\text{A}}$ S è assolutamente convergente.

$\boxed{\text{B}}$ S converge e $s < 5/6$. $\boxed{\text{C}}$ S converge e $S > 2/3$. $\boxed{\text{D}}$ $S = 49/66$.

11. Se $u = x \cosh y \sin x - y \sinh y \cos x$, per quale delle seguenti v si ha che $u + iv$ è olomorfa?

$\boxed{\text{A}}$ $v = x \cosh x \sin y + y \sinh x \cos y$. $\boxed{\text{B}}$ $v = x \cosh x \sin y - y \sinh x \cos y$.
$\boxed{\text{C}}$ $v = x \sinh y \cos x - y \cosh y \sin x$. $\boxed{\text{D}}$ $v = x \sinh y \cos x + y \cosh y \sin x$.

12. Siano $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{i\})$ con una singolarità essenziale in i, ed R il raggio di convergenza dello sviluppo di Taylor di f in 0. Quale è vera? $\boxed{\text{A}}$ $R > 1$. $\boxed{\text{B}}$ $R = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $R < 1$. $\boxed{\text{D}}$ $R = +\infty$.

13. Sia $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta_2} \setminus \{0\}$ e sia $g(z) = z^2 f(z)$. Se $|f(z)| \leq 1$ per $|z| = 2$, quale delle seguenti è la migliore maggiorazione per il residuo r di g in 0?

$\boxed{\text{A}}$ $|r| \leq \pi/4$. $\boxed{\text{B}}$ $|r| \leq 1/8$. $\boxed{\text{C}}$ $|r| \leq 16\pi$. $\boxed{\text{D}}$ $|r| \leq 8$.

14. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\,dx}{(x-i)(x^2+4)}$? $\boxed{\text{A}}$ $\pi/3$. $\boxed{\text{B}}$ $-\pi/3$. $\boxed{\text{C}}$ $i\pi/3$. $\boxed{\text{D}}$ $-i\pi/3$.

15. Se $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{C}$ e $\alpha_n(f)$ è il suo n-esimo coefficiente di Fourier, quale delle seguenti garantisce che $\alpha_{-n}(f) = \alpha_n(f)$ per ogni n?

$\boxed{\text{A}}$ f ha valori reali. $\boxed{\text{B}}$ f è un polnomio. $\boxed{\text{C}}$ f è pari. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 01/02/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. C

7. A

8. B

9. D

10. D

11. D

12. B

13. D

14. A

15. C

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.