UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 5/6/03

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ______

1. Se $T \subset \mathbb{R}^2$ è il triangolo di vertici $(0,-1)$, $(1,0)$ e $(0,1)$, n è la normale esterna a ∂T, e $v(x,y) = (x + \mathrm{e}^y, \sin(x) + y^2)$, è vero che $\int_{\partial T} \langle v|n\rangle$ è nullo? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ è differenziabile e $f(0,0) = 0$, è sempre vero che $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ f(x,y) = 0\}$ è una curva vicino a $(0,0)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ è tale che $a_{n+2} = 2ia_{n+1} + a_n$, $a_0 = 1$, $a_1 = i - 1$, è vero che a_{138} è reale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$, f ha in 0 un polo semplice, e $g(z) = f(z)^2$, può g avere in 0 residuo non nullo? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. È sempre vero che $\mathcal{F}(f * g) = \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. La curva $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\sin(t), \sin(2t))$ è: $\boxed{\text{A}}$ Semplice e non chiusa. $\boxed{\text{B}}$ Semplice e chiusa. $\boxed{\text{C}}$ Chiusa e non semplice. $\boxed{\text{D}}$ Né semplice né chiusa.

7. Se $\sigma, \tau : [0,1]^2 \to S$ parametrizzano la superficie $S \subset \mathbb{R}^3$, quale vale sempre? $\boxed{\text{A}}$ $\sigma^{-1} \circ \tau$ è lineare. $\boxed{\text{B}}$ $\det(\mathrm{J}(\sigma^{-1} \circ \tau)) \neq 0$. $\boxed{\text{C}}$ $\det(\mathrm{J}\sigma) \cdot \det(\mathrm{J}\tau) \neq 0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

8. Sia $P \subset \mathbb{R}^3$ la piramide di base $[-1,1] \times [-1,1] \times \{0\}$ e vertice $(0,0,1)$. Quanto fa $\int_{\partial P} (\mathrm{e}^y \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y + y \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}z)$? $\boxed{\text{A}}$ $-4/3$. $\boxed{\text{B}}$ $4/3$. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ -1.

9. Che tipo di punto è $(0,0)$ per il sistema $\begin{cases} x' = y + 2x\cos(y) \\ y' = x + \sin(xy) \end{cases}$? $\boxed{\text{A}}$ Stazionario attrattivo. $\boxed{\text{B}}$ Stazionario repulsivo. $\boxed{\text{C}}$ Stazionario di sella. $\boxed{\text{D}}$ Non stazionario.

10. Se $x'' = 2x' + 3x$, $x(0) = 3$, $x'(0) = 1$, quanto fa $x(\log 2)$? $\boxed{\text{A}}$ 10. $\boxed{\text{B}}$ 6. $\boxed{\text{C}}$ 7. $\boxed{\text{D}}$ 9.

11. La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(\pi(1+2n)/4)}{n + \log(2+n)}$ $\boxed{\text{A}}$ Converge assolutamente. $\boxed{\text{B}}$ Converge non assolutamente. $\boxed{\text{C}}$ Ha somma $+\infty$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

12. Se $f : \Omega \to \mathbb{C}$ è olomorfa e $f = u + iv$, quale delle seguenti può **non** valere? $\boxed{\text{A}}$ $u_x = v_y$. $\boxed{\text{B}}$ $u_y = v_x$. $\boxed{\text{C}}$ $u_{xx} + u_{yy} = 0$. $\boxed{\text{D}}$ $u_y + v_x = 0$.

13. Se $f(z) = \frac{z^3+3}{z^2-1}$ e $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}$ è data da $\gamma(t) = (2\sin t, \cos t)$, quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(z)\, \mathrm{d}z$? $\boxed{\text{A}}$ -1. $\boxed{\text{B}}$ 0. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ 2.

14. Se $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \ |\Im(z)| < 1\}$ e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$, quale delle seguenti garantisce che f sia sempre nulla? $\boxed{\text{A}}$ $f(\frac{in}{n+1}) = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. $\boxed{\text{B}}$ $f(n) = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. $\boxed{\text{C}}$ $f(\frac{n}{n+1}(-1 + i\cos(n\pi))) = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Se $f(t) = \frac{\sin t}{|t|}$ e $S_N(f)$ è la N-esima approssimazione di Fourier di f su $[-\pi, \pi]$, quale è **falsa**? $\boxed{\text{A}}$ $\lim_{N\to\infty} S_N(f)(0) = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $S_N(f)$ converge a f uniformemente su $(0, \pi]$. $\boxed{\text{C}}$ $S_N(f)$ è differenziabile. $\boxed{\text{D}}$ $S_N(f)$ è dispari.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 5/6/03

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Risposte esatte

.

1. F

2. F

3. F

4. V

5. V

6. C

7. B

8. A

9. C

10. D

11. B

12. B

13. A

14. D

15. B