UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 13/09/03

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ⌴⌴⌴⌴⌴⌴

1. Se $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ è una superficie e $\Sigma = \partial\Omega$ con $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ aperto, allora $\partial\Sigma = \emptyset$? [V] / [F]

2. La soluzione di $x' \cos t - x \sin t = \mathrm{e}^t$ con $x(0) = 1$ è definita su $\mathbb{R}$? [V] / [F]

3. Se $z \in \mathbb{C}$ e il numero e^z è reale, ne segue che $z \in \mathbb{R}$? [V] / [F]

4. Se $f = u + iv$ è olomorfa, è vero che $u_{xy} = v_{xy}$? [V] / [F]

5. Se $f(t) = \sin(t^2/\pi)$ per $|t| \leq \pi$, la serie di Fourier di f converge a f puntualmente? [V] / [F]

6. Se $\alpha(t) = (\cos t, \sin t)$ per $t \in [0, \pi]$ e $\omega(x, y) = x\,\mathrm{d}y$, quanto fa $\int_\alpha \omega$?

[A] π. [B] 2π. [C] $\pi/2$. [D] 1.

7. Se $\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + 4y^2 = 4\}$ e $\omega(x, y) = x(x^2 + 12y^2)\,\mathrm{d}y$, quanto fa $\left|\int_\alpha \omega\right|$?

[A] 6π. [B] 12π. [C] 8π. [D] 4π.

8. Se $v(x, y, z) = (2xy, x^2 + y^2 z, xyz)$, chi è $\mathrm{rot}(v)$?

[A] $2y + 2yz + xy$. [B] $(xz - y^2, yz, 0)$. [C] $(xz + y^2, -yz, 4x)$. [D] $(xz - y^2, -yz, 0)$.

9. Se $x'' = x' + 6x$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$, quanto fa $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-2t} \cdot x(t)$?

[A] $+\infty$. [B] 1. [C] -1. [D] 0.

10. Se $a_{n+2} = 2ia_{n+1} + a_n$, $a_0 = 1$, $a_1 = i - 1$, quale è **falsa**? [A] $\lim a_n/a_{n+1} = i$.

[B] $\lim \Re(a_n)$ non esiste. [C] $\lim |a_n| = +\infty$. [D] a_n assume infiniti valori reali.

11. Sia $f_n : [0, \pi] \to \mathbb{R}$ data da $f_n(t) = \sin(nt^2)$. Quale è vera?

[A] $\{f_n\}$ converge uniformemente. [B] $\{f_n\}$ converge puntualmente ma non uniformemente.
[C] $\|f_n\|_{[0,\pi]} = 1$ per ogni $n \geq 1$. [D] Nessuna delle precedenti.

12. Sia $\Omega \subset \mathbb{C}$ e $f : \overline{\Omega} \to \mathbb{C}$ differenziabile in senso reale. Sia $\omega(z) = f(z)\,\mathrm{d}z$. Allora:

[A] $\int_{\partial\Omega} \omega = 0 \Rightarrow f \in \mathcal{H}(\Omega)$. [B] $\mathrm{d}\omega = 0 \Leftrightarrow f \in \mathcal{H}(\Omega)$.

[C] $f \in \mathcal{H}(\Omega) \Rightarrow w = 0$. [D] Nessuna delle precedenti.

13. Sia $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : z^2 + \overline{z}^2 < 2\}$. Quale dei seguenti insiemi X garantisce che una $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ nulla su X è nulla su tutto Ω? [A] $X = \{1/n : \ n \in \mathbb{N}\}$. [B] $X = \{1 - 1/n : \ n \in \mathbb{N}\}$.
[C] $X = \{n(1 + i) : \ n \in \mathbb{N}\}$. [D] Nessuno dei precedenti.

14. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)}\,\mathrm{d}z$ se $f(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)(z+3)}$? [A] 0. [B] 1. [C] 2. [D] 4.

15. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ è differenziabile ed esitono le trasformate di Fourier $\mathcal{F}(f)$ e $\mathcal{F}(f')$, quanto fa $\mathcal{F}(f')(t)$? [A] $\frac{1}{it}\mathcal{F}(f)(t)$. [B] $-\frac{1}{it}\mathcal{F}(f)(t)$. [C] $it\mathcal{F}(f)(t)$. [D] $-it\mathcal{F}(f)(t)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Matematica III — Quiz del 13/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. F

4. F

5. V

6. C

7. B

8. D

9. A

10. D

11. C

12. B

13. A

14. B

15. C

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.