UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 15/02/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. La curva $\alpha : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin(t/2))$ è semplice e chiusa? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Siano C il cilindro in $\mathbb{R}^3$ di equazione $x^2 + y^2 = 1$, ω una 1-forma chiusa su C, e α una curva chiusa contenuta in C. Può essere $\int_\alpha \omega \neq 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $f_n : [-1, 1] \to \mathbb{R}$, $\sum \|f_n\|_{[-1,0]} < \infty$ e $\sum \|f_n\|_{[0,1]} < \infty$, si ha $\sum \|f_n\|_{[-1,1]} < \infty$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $f = u + iv$ è olomorfa in 0 e $f'(0) \neq 0$, è vero che $J\left(\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}\right)$ in 0 è una rotazione? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ con $f(t) = (|t| - \pi)^2$ è ovunque somma della sua serie di Fourier? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), 2\cos(t))$ per $t \in [0, 2\pi]$ e $\omega = xy\,\mathrm{d}z$, quanto fa $\int_\alpha \omega$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ π. $\boxed{\text{D}}$ 2π.

7. Se $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 = y^2 + z^2,\ 0 \leq x \leq 1\}$, quale $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ parametrizza $\partial\Sigma$?

$\boxed{\text{A}}$ $\alpha(t) = (\cos t, 0, \sin t)$. $\boxed{\text{B}}$ $\alpha(t) = (\cos t, 1, \sin t)$.
$\boxed{\text{C}}$ $\alpha(t) = (0, \cos t, \sin t)$. $\boxed{\text{D}}$ $\alpha(t) = (1, \cos t, \sin t)$.

8. A quale dei seguenti sistemi equivale l'equazione $x'' = 4x^2 t + t^2$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} u' = v'' \\ v' = 4(u'')^2 t + t^2 \end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} u' = u \\ v' = 4v^2 t + t^2 \end{cases}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} u' = v \\ v' = 4u^2 t + t^2 \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} u' = 4u^2 t + t^2 \\ v' = u \end{cases}$.

9. Sia $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $x'' = x' + 2x$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 3$. Siano $\ell_\pm = \lim\limits_{t \to \pm\infty} x(t)$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ $\ell_+ = \ell_- = -\infty$. $\boxed{\text{B}}$ $\ell_+ = -\ell_- = +\infty$. $\boxed{\text{C}}$ $\ell_+ = -\infty,\ \ell_- = 0$. $\boxed{\text{D}}$ $\ell_+ = -\ell_- = -\infty$.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^\infty$ tale che $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$ $a_0 = 3$, $a_1 = 0$. Quale è vera su a_{100}?

$\boxed{\text{A}}$ È negativo. $\boxed{\text{B}}$ È dispari. $\boxed{\text{C}}$ È divisibile per 4. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

11. Se $z = x + iy$, quanto fa la parte reale di $\cos(2z)$? $\boxed{\text{A}}$ $(1 - 2\cos^2 x)\cosh 2y$.

$\boxed{\text{B}}$ $(1 - 2\cos^2 y)\cosh 2x$. $\boxed{\text{C}}$ $(1 - 2\sin^2 x)\cosh 2y$. $\boxed{\text{D}}$ $(1 - 2\sin^2 y)\cosh 2x$.

12. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\partial\Delta} z^{-3}\,\mathrm{e}^z\,\mathrm{d}z$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 1/2. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ 0.

13. Quanto fa $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2\,\mathrm{e}^{ix}\,\mathrm{d}x}{(x^2+1)(x+2i)}$? $\boxed{\text{A}}$ $\frac{i\pi}{3\,\mathrm{e}}$. $\boxed{\text{B}}$ $\frac{i\pi}{6\,\mathrm{e}}$. $\boxed{\text{C}}$ $8i\pi\,\mathrm{e}^2/3$. $\boxed{\text{D}}$ $4i\pi\,\mathrm{e}^2/3$.

14. Sia f meromorfa su $\overline{\Delta}$ con un polo in 0 e non nulla su $\partial\Delta$. Sia $I = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\partial\Delta} \frac{f'(z)}{f(z)}\,\mathrm{d}z$. Quale è sempre vera? $\boxed{\text{A}}$ $I = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $I > 0$. $\boxed{\text{C}}$ $I < 0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Se $f(x) = x\,\mathrm{e}^x$ per $x \geq 0$, quanto fa $\mathcal{L}(f)(z)$?

$\boxed{\text{A}}$ $(1 - z)^{-1}$. $\boxed{\text{B}}$ $(z - 1)^{-1}$. $\boxed{\text{C}}$ $(1 - z)^{-2}$. $\boxed{\text{D}}$ $(1 - z)^2$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 15/02/03

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. V

4. F

5. V

6. A

7. D

8. C

9. B

10. D

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C