UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 21/06/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, $v : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}^3$ e $\mathrm{div}(v) = 0$ su $\partial\Omega$, ne segue che $\int_{\partial\Omega} \langle v|n \rangle = 0$? V / F

2. Per $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua. Se $\sum \|f_n\| < +\infty$ allora $\sum f_n$ esiste continua? V / F

3. Se $f = u + iv$ è olomorfa, è vero che u e v sono C^∞ in senso reale? V / F

4. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ è C^∞ e 2π-periodica, la serie di Fourier di f converge uniformemente? V / F

5. Se $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n r^n| = 0$ e $|z| \le r$, la $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ converge sempre? V / F

6. Se $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| + |y| \le 1\}$ e $v(x, y) = (x + y + 1, x + y + 1)$, quanto fa $\int_\Omega \mathrm{div}(v)$?

A 4. B $2\sqrt{2}$. C 2. D $\sqrt{2}$.

7. Che area ha la superficie ottenuta ruotando la curva $\alpha(t) = (0, t^3, \sqrt{1 - t^6})$, $t \in [0, 1]$, intorno all'asse y? A $\sqrt{\pi^6 - 1}$. B $6\pi^5\sqrt{\pi^6 - 1}$. C $2\pi/3$. D 2π.

8. Dove esiste la soluzione del problema $\begin{cases} 2(x - \cos t)x' + 2x \sin t = 0 \\ x(0) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$?

A $(-\infty, \pi/3)$. B $(-\pi/3, \infty)$. C $(-\pi/3, \pi/3)$. D $(-\infty, \infty)$.

9. Se $x'' - x' - 2x = 0$, $x(0) = 1$, $x(\log 2) = -3$, quanto fa $x(-\log 2)$?

A $3/2$. B $15/4$. C $7/4$. D Nessuna delle precedenti.

10. Quanto fa $\Im(\cos(x + iy))$?

A $\sin x \sinh y$. B $\cos x \cosh y$. C $-\sin x \sinh y$. D $-\cos x \cosh y$.

11. Una funzione olomorfa su $\mathbb{C}$ e limitata in generale è:

A Un polinomio. B Costante. C Lineare fratta. D Nessuna delle precedenti.

12. Quanto fa $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$? A $\pi/2$. B $\pi/4$. C π. D 2π.

13. Se $f \in \mathcal{H}(\Delta \setminus \{0\})$, quale è **falsa**? A Se f è limitata allora 0 è una singolarità eliminabile.
B Se $\lim\limits_{n\to\infty} |f(1/n)| = +\infty$ allora 0 è un polo. C Se 0 è un polo allora $\lim\limits_{n\to\infty} |f(1/n)| = +\infty$.
D Se 0 è una singolarità essenziale allora esiste $(z_n)_{n=0}^{\infty}$ con $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 0$ e $\lim\limits_{n\to\infty} |f(z_n)| = +\infty$.

14. Se $\mathcal{F}(f)(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-itx} f(t)\, dt$, e $\mathcal{F}^{-1}(g)$ esiste, quale è vera?

A $\mathcal{F}^{-1}(g) = \frac{1}{\pi}\mathcal{F}(g)$. B $\mathcal{F}^{-1}(g) = \pi\mathcal{F}(g)$.
C $\mathcal{F}^{-1}(g)(t) = \frac{1}{\pi}\mathcal{F}(g)(-t)$. D $\mathcal{F}^{-1}(g)(t) = \pi\mathcal{F}(g)(-t)$.

15. Se $a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n$, $a_0 = 2^7 + 3^6$, $a_1 = 6(2^6 - 3^5)$, quanto fa a_7?

A $2^7 3^8$. B $2^7 3^6$. C $2^8 3^8$. D $2^8 3^6$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre +3/−1 punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 21/06/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. A

7. D

8. C

9. B

10. C

11. B

12. A

13. B

14. C

15. D

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.