"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 2/9/00

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

**1.** L'insieme $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \; x+y+1=0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**2.** Un sistema di 4 equazioni in 7 incognite può avere soluzione unica? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**3.** È nullo il determinante del minore $A^{32}$ nella matrice $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & +2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**4.** Dati $u,v,w\in\mathbb{R}^2$ non nulli e tali che $\langle u|w\rangle=\langle v|w\rangle=0$, se ne può concludere che $u$ e $v$ sono multipli tra loro? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**5.** Esiste $f:\mathbb{R}^7\to\mathbb{R}^7$ lineare ed iniettiva ma non surgettiva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**6.** Quanti vettori $v=(x,y,z)$ esistono in $\mathbb{R}^3$ tali che $x\cdot y\cdot z=0$ e $\|v\|=1$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti.

**7.** Per quanti valori di $k\in\mathbb{C}$ i vettori $(k,i)$ e $(-i,k)$ sono tra loro ortogonali in $\mathbb{C}^2$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Tutti. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti ma non tutti.

**8.** Dato un insieme $u_1,\dots,u_5$ di vettori di $\mathbb{R}^3$, se ne può estrarre:

$\boxed{\text{A}}$ Una base di $\mathbb{R}^3$. $\boxed{\text{B}}$ Un insieme di generatori di $\mathbb{R}^3$.
$\boxed{\text{C}}$ Un insieme di vettori linearmente indipendenti. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

**9.** Se $W_1,W_2,W_3\subset\mathbb{R}^3$ sono sottospazi tutti di dimensione 1, si può concludere che:

$\boxed{\text{A}}$ $W_1+W_2+W_3=\mathbb{R}^3$. $\boxed{\text{B}}$ $W_i\cap W_j\neq\{0\}$ per opportuni $i,j$ distinti.
$\boxed{\text{C}}$ $W_1\cap(W_2+W_3)\neq\{0\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

**10.** Quante funzioni $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ lineari esistono tali che $f(e_1)=e_2$ e $f(e_2)=e_1$?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

**11.** Siano $V=\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e $\mathcal{B}=(1,t,t^2)$. Sia $f:V\to V$ data da $f(p(t))=p(t)+p(1)$. Chi è $[f]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & t^2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**12.** Se $A\in\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ è triangolare superiore e invertibile, la sua inversa è:

$\boxed{\text{A}}$ Nulla. $\boxed{\text{B}}$ L'identità. $\boxed{\text{C}}$ Triangolare superiore. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

**13.** Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x+y-2z=1 \\ x-y=3 \\ y-z=-1 \end{cases}$ ?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

**14.** Dati $z,w\in\mathbb{C}$, quale delle seguenti condizioni garantisce che $z-w$ è immaginario puro?

$\boxed{\text{A}}$ $z+\overline{z}=w+\overline{w}$. $\boxed{\text{B}}$ $z+w=\overline{z}+\overline{w}$. $\boxed{\text{C}}$ $z-\overline{z}=w-\overline{w}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna di esse.

**15.** Si consideri una matrice $A\in\mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R})$ e vettori $v,w\in\mathbb{R}^4$ non nulli tali che $Av=0$ e $Aw=w$. Sia $p_A(t)=\det(t\cdot I_4-A)$. Quale può essere la molteplicità di 0 come radice di $p_A(t)$?

$\boxed{\text{A}}$ Almeno 3. $\boxed{\text{B}}$ Tra 1 e 3. $\boxed{\text{C}}$ Tra 1 e 4. $\boxed{\text{D}}$ Può non essere una radice.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono $\pm 3$ punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 2/9/00

# Risposte esatte

## 5. ♣ 11. ♠

**1.** F

**2.** F

**3.** V

**4.** V

**5.** F

**6.** D

**7.** D

**8.** C

**9.** D

**10.** A

**11.** A

**12.** C

**13.** D

**14.** A

**15.** B

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 2/9/00

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

**1.** V F

**2.** V F

**3.** V F

**4.** V F

**5.** V F

**6.** A B C D

**7.** A B C D

**8.** A B C D

**9.** A B C D

**10.** A B C D

**11.** A B C D

**12.** A B C D

**13.** A B C D

**14.** A B C D

**15.** A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡