UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/09/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

1. Se $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ è lineare e surgettiva, si può concludere che è anche iniettiva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Siano $X_1, X_2 \subset \mathbb{C}^4$ sottospazi di dimensione complessa 2 e tali che $X_1 \cap X_2 = \{0\}$. Ne segue che $X_1 + X_2 = \mathbb{C}^4$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Data A matrice quadrata, è sempre vero che $\det(A) = \det(-A)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Esistono in $\mathbb{C}^2$ vettori $z = (z_1, z_2)$ e $w = (w_1, w_2)$ entrambi non nulli, tali che z_1 e w_1 sono reali, z_2 e w_2 sono immaginari puri, e $\langle z|w \rangle = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Esiste $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineare diagonalizzabile tale che $f(e_1) = e_1 + e_2 + e_3$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se $V = W \oplus Z$ si può sempre trovare T tale che $V = W \oplus T$ e T non coincide con Z?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ No, mai.
$\boxed{\text{C}}$ Solo se W ha dimensione dispari. $\boxed{\text{D}}$ Solo se W è distinto da $\{0\}$ e da V.

7. Quante soluzioni ha un sistema lineare di 2 equazioni in 3 incognite?

$\boxed{\text{A}}$ O nessuna o infinite. $\boxed{\text{B}}$ O una o infinite. $\boxed{\text{C}}$ Sempre una. $\boxed{\text{D}}$ Sempre infinite.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x_1, x_2) = (-x_1 + x_2, 2x_1 + x_2)$, e sia $\mathcal{B}$ la base canonica di $\mathbb{R}^2$. Chi è $[f]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ Non esiste.

9. Quante soluzioni complesse distinte ha l'equazione $z^4 + 4z^2 + 4 = 0$?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Quattro. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna.

10. Qual'è l'equazione del piano in $\mathbb{R}^3$ ortogonale alla retta $\{t(1, 1, -2) :\ t \in \mathbb{R}\}$ e passante per il punto $(1, 0, 0)$?

$\boxed{\text{A}}$ $x + y - 2z = 1$. $\boxed{\text{B}}$ $x + y - 2z = 0$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} 2x + z = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} 2x + z = 2 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$.

11. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ rappresentata da una matrice $A \in \mathcal{M}_{3\times4}(\mathbb{R})$. In quali dei seguenti casi si può concludere che f è surgettiva? $\boxed{\text{A}}$ $A = 0$. $\boxed{\text{B}}$ A ha due colonne uguali.
$\boxed{\text{C}}$ A ha due colonne linearmente indipendenti. $\boxed{\text{D}}$ A ha le tre righe linearmente indipendenti.

12. Se $A \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{C})$ ha zeri sulla diagonale principale, a proposito di $\det(A)$ si può concludere che:

$\boxed{\text{A}}$ È nullo. $\boxed{\text{B}}$ È reale. $\boxed{\text{C}}$ È immaginario puro. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

13. Dato un sistema di n equazioni in m incognite, quali delle seguenti condizioni consente di concludere che la soluzione esiste ed è unica?

$\boxed{\text{A}}$ $n = m$ ed il sistema è omogeneo. $\boxed{\text{B}}$ $n < m$. $\boxed{\text{C}}$ $n > m$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna di esse.

14. Dati $z, w \in \mathbb{C}$ di argomenti rispettivi ϑ e φ, che argomento ha $z \cdot \overline{w}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\vartheta + \varphi$. $\boxed{\text{B}}$ $\vartheta - \varphi$. $\boxed{\text{C}}$ $\vartheta \cdot \varphi$. $\boxed{\text{D}}$ ϑ / φ.

15. Dati $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ tali che $\langle v_1|v_2 + v_3 \rangle = 0$, si può concludere che $\langle v_1|v_2 \rangle = 0$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì, se $n = 2$. $\boxed{\text{C}}$ Sì, se $\langle v_1|v_3 \rangle = 0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. F

4. V

5. V

6. D

7. A

8. C

9. B

10. A

11. D

12. D

13. D

14. B

15. C

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/09/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡