UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 26/05/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Un sistema omogeneo di 2 equazioni in 3 incognite può avere due soluzioni lin. indip.? V / F

2. Esistono $z \in \mathbb{C}$ tali che nessuno tra z, z^2, z^3, z^4 sia reale o immaginario puro? V / F

3. Se $\langle.|.\rangle$ è un prodotto scalare, e $k > 0$, è vero che $k \cdot \langle.|.\rangle$ è un prodotto scalare? V / F

4. I vettori $(1, 1+i, -i)$ e $(-i, 1+i, 1)$ di $\mathbb{C}^3$ sono tra loro ortogonali? V / F

5. La matrice $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ha l'autovalore 3? V / F

6. Se v_1, v_2, v_3 è una base di $\mathbb{R}^3$, quanto fa $\det(v_2\ v_3\ v_1)/\det(v_1\ v_2\ v_3)$?

A $+1$. B -1. C 0. D Il denominatore è nullo.

7. Che rango ha la matrice $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$? A 1. B 2. C 3. D 4.

8. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 2 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$?

A Nessuna. B Una. C Due. D Infinite.

9. Quale delle seguenti equazioni cartesiane descrivono $\{(1,-1,0)+t(1,1,0)+s(1,-1,2) :\ t,s \in \mathbb{R}\}$?

A $x+y=1, x-y+2z=1$. B $x+y=1, x-y+2z=3$. C $x-y-z=2$. D $x+y-z=0$.

10. Se un sottospazio di $\mathbb{R}^5$ è descritto da 4 parametri, quante equazioni servono a definirlo?

A Una. B Almeno una. C Al più una. D Quattro.

11. Quanto fa $\exp(-1+i)$? A $(\cos(1) + i\sin(1))/\mathrm{e}$. B $-1/\mathrm{e}$. C $-\mathrm{e}$. D $-1-\mathrm{e}$.

12. Per quanti $k \in \mathbb{C}$ la funzione $f(z,w) = (3w + (1+k^2)zw, i\overline{z} + z + w + \overline{kz})$ è lineare da $\mathbb{C}^2$ in $\mathbb{C}^2$?

A Tutti. B Nessuno. C Uno. D Due.

13. Se $u_1, u_2 \in \mathbb{R}^3$ e $\langle u_i | u_j \rangle = \delta_{ij}$, in quanti modi si può completare u_1, u_2 a base ortonorm. di $\mathbb{R}^3$?

A Uno. B Due. C Infiniti. D Nessuno.

14. Se S è reale 2×2 simmetrica e $\langle (x,y) | (x,y) \rangle_S = -x^2 + 2xy$, chi è S?

A $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. B $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. C $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. D $\begin{pmatrix} -1 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$.

15. Sia $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ e sia $S = {}^{\mathrm{t}}A \cdot A$. La funzione $\langle x|y \rangle_S = {}^{\mathrm{t}}x \cdot S \cdot y$ è un prodotto scalare?

A Sì, sempre. B Sì se $\det(A) \neq 0$.

C Sì se A è simmetrica. D Sì se A è antisimmetrica.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. V

4. F

5. V

6. A

7. B

8. B

9. C

10. B

11. A

12. C

13. B

14. A

15. B

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 26/05/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡