UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ⌴⌴⌴⌴⌴⌴

1. Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times3}(\mathbb{R})$. Se in A ci sono due righe uguali, le colonne di A sono lin. dip.? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. L'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da $f(x, y) = (x + 1, y + 1)$ è lineare? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Esistono in $\mathbb{R}^3$ sottospazi W_1, W_2, W_3 con $\dim(W_1) + \dim(W_2) + \dim(W_3) = 4$ e $W_i \cap W_j = \{0\}$ per $i \neq j$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times3}(\mathbb{R})$, $a_{11} = 1$ e $a_{11}a_{22} = a_{12}a_{21}$, può A avere rango 3? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $z, w \in \mathbb{C}$ hanno argomenti rispettivi $2\pi/3$ e $3\pi/4$, allora $z \cdot w$ ha argomento $\pi/2$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $k \in \mathbb{R}$ un parametro e sia $X_k = \{p(t) \in \mathbb{R}[t] : \ p(1 - k^2) = k\}$. Per quanti valori di k si ha che X_k è un sottospazio di $\mathbb{R}[t]$? $\boxed{\text{A}}$ Uno. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuno. $\boxed{\text{D}}$ Tutti.

7. Che dimensione ha il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $(1, 0, 2, 0)$, $(1, 1, 1, -1)$, $(-2, 0, -4, 0)$, $(0, -1, 1, 1)$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

8. Quali sono le coordinate del polinomio $1 - x + 3x^2$ nella base $1 + x, 1 - x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{\text{A}}$ $(1, 0, 1/3)$;. $\boxed{\text{B}}$ $(0, 1, 3)$. $\boxed{\text{C}}$ $(0, 1, 1/3)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, 0, 3)$.

9. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ definita da $f(p(x)) = (x + 1)p(x)$. La matrice associata a f rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ e $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ è:

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ La f non è lineare.

10. Sia $f : V \to W$ lineare e $W = Z \oplus \mathrm{Im}(f)$. Quale è vera?
$\boxed{\text{A}}$ $\dim(Z) = \dim(W) + \dim(\mathrm{Ker}(f))$. $\boxed{\text{B}}$ $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(W) + \dim(\mathrm{Ker}(f))$.
$\boxed{\text{C}}$ $\dim(Z) = \dim(\mathrm{Ker}(f))$. $\boxed{\text{D}}$ $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(\mathrm{Ker}(f))$.

11. Se il sistema omogeneo associato a un sistema lineare ha soluzione unica, anche il sistema originale ha soluzione unica? $\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ No, mai. $\boxed{\text{C}}$ Sì se il sistema è quadrato.
$\boxed{\text{D}}$ Sì se il sistema è sovradeterminato.

12. Come si parametrizza la retta di equazioni $x + y + z = 3, -x + 2y + 3z = 0$? $\boxed{\text{A}}$ Non è una retta.
$\boxed{\text{B}}$ $t_1 \cdot (1, 1, 1) + t_2 \cdot (-1, 2, 3)$. $\boxed{\text{C}}$ $(2, 1, 0) + t(1, 4, 3)$. $\boxed{\text{D}}$ $(0, 9, -6) + t(-1, 4, -3)$.

13. In $\mathbb{C}^4$ sia $U = \mathrm{Span}((0, 1 + i, i, 2), (1, i, -1, 0))$ e $W = \mathrm{Span}((i, 1, -1, 1 - i), (2i, 1 + i, -1, 3 - i))$. Quanto fa $\dim(U + W)$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

14. In $\mathbb{R}^3$ sia ℓ la retta di equazioni $x + y = 1, x - z = 0$. Che equazione ha il piano ortogonale a ℓ e passante per $(0, 1, 0)$?
$\boxed{\text{A}}$ $x - y + z = -1$. $\boxed{\text{B}}$ $x + y + z = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $x + y - z = 1$. $\boxed{\text{D}}$ $x - y - z = -1$.

15. Che autovalori ha la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$?
$\boxed{\text{A}}$ $0, 1, 3$. $\boxed{\text{B}}$ $0, -1, 1$. $\boxed{\text{C}}$ $3, 1, -1$. $\boxed{\text{D}}$ $0, -1, 3$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. A

7. B

8. B

9. A

10. B

11. C

12. D

13. C

14. A

15. D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geometria e Algebra" – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.$\heartsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$