UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 12/2/2000

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

1. Siano $C = [0,1] \times [0,1] \times [0,1] \subset \mathbb{R}^3$ e $v\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ yz(z-1) \end{pmatrix}$. È vero che $\int_C \mathrm{div}(v) = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. La serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(1/n)}{n^2} \cdot x^n$ converge per ogni $x \in \mathbb{R}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. L'equazione differenziale $x'' - 3x' + 2x = 0$ ammette soluzioni limitate non costanti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta})$ e $|f(z)| \leq 1$ per ogni $z \in \partial\Delta$, si può concludere che $|f'(0)| \leq 1$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La funzione $f(z) = \cos^2(1/z)$ ha in $z = 0$ una singolarità essenziale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $f(t) = |t|^{-3}(1 - \chi_{[-1,1]}(t))$ per $t \neq 0$, e $f(0) = 0$. Si può definire la trasformata di Fourier, nel senso delle funzioni ordinarie, per f? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

7. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $\omega(x,y) = f(x,y)\,\mathrm{d}x$. Il differenziale di ω è nullo:
$\boxed{\text{a}}$ qualunque sia f; $\boxed{\text{b}}$ solo se f è identicamente nulla;
$\boxed{\text{c}}$ solo se f è costante; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

8. Quanti punti critici ha la funzione $x + z$ sulla superficie di equazione $1 + x^2 + y^2 - z^2 = 0$?
$\boxed{\text{a}}$ nessuno; $\boxed{\text{b}}$ uno; $\boxed{\text{c}}$ due; $\boxed{\text{d}}$ quattro.

9. Sia x la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x''' - x'' + 4x' - 4x = 0 \\ x(0) = 1,\ x'(0) = 0,\ x''(0) = -4. \end{cases}$ Quanto fa $\lim_{t \to +\infty} x(t)$?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{c}}$ $-\infty$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ una successione tale che $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n^2$ per ogni n. Da quali dei seguenti termini della successione è possibile determinare tutti gli altri per n da 0 a ∞?
$\boxed{\text{a}}$ a_2; $\boxed{\text{b}}$ a_3; $\boxed{\text{c}}$ a_4 e a_5; $\boxed{\text{d}}$ a_0 e a_1.

11. Siano $f, g \in \mathcal{H}(\Delta)$ entrambe non identicamente nulle, e sia $h(z) = f(z)/g(z)$. Quale è vera?
$\boxed{\text{a}}$ h ha sempre un numero finito di zeri; $\boxed{\text{b}}$ h ha sempre un numero finito di poli;
$\boxed{\text{c}}$ i poli di h hanno sempre ordine finito; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

12. Sia $f(t) = 1 + t^2$ per $t \in [-\pi, \pi]$, e siano $(a_n)_{n \geq 0}$ e $(b_n)_{n \geq 1}$ i coefficienti di Fourier di f (gli a_n rispetto ai coseni ed i b_n rispetto ai seni). Quale è giusta?
$\boxed{\text{a}}$ tutti gli a_n e i b_n sono non nulli; $\boxed{\text{b}}$ tutti gli a_n sono nulli;
$\boxed{\text{c}}$ tutti i b_n sono nulli; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

Durante la prova deve essere esibito il libretto universitario o un documento. Non è concesso alzarsi prima della fine della prova né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date. Le domande V/F valgono ± 2 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 12/2/2000

Risposte esatte

1. F
2. F
3. F
4. V
5. V
6. V
7. d
8. a
9. d
10. d
11. c
12. c