UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/9/00

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. È vero che è nullo l'integrale della forma $((1+z)/z^2)\,dz$ sulla circonferenza di centro 0 e raggio 1 in $\mathbb{C}$? V / F

2. Se ω_0 e ω_1 sono 1-forme in $\mathbb{R}^2$ e $d\omega_0 = d\omega_1$, si può concludere che $\omega_0 = \omega_1$? V / F

3. L'equazione differenziale $x'' + x' + 2x = 0$ ha soluzioni non costanti e limitate su $[0, \infty)$? V / F

4. Sia $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ olomorfa non costante e $k \in \mathbb{N}$ tale che $f^{(n)}(0) = 0$ per ogni $n \geq k$. È vero che $f(z) = 0$ solo per un numero finito di z in $\mathbb{C}$? V / F

5. È vero che se f, olomorfa da $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$, ha in $z_0 \in \mathbb{C}$ uno zero semplice, e $g(z) = 1/(f(z))^2$, allora g ha un polo di residuo nullo in z_0? V / F

6. Si consideri il prodotto scalare definito da $\langle f|g\rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)\,dt$ nello spazio delle funzioni continue sull'intervallo $[-\pi, \pi]$. Esiste una funzione continua e non nulla ortogonale a tutte le funzioni pari e a tutte le funzioni dispari? V / F

7. Per quanti $k \in \mathbb{R}$ la forma $(x + ky^2)\,dx + (xy - k^2y^2)\,dy$ ammette un potenziale su $\mathbb{R}^2$?
A Per nessun k. B Per ogni k. C Per un solo valore di k; D Per due valori di k.

8. Sia $\alpha(t) = (t\cos(t), t\sin(t))$ per $t \in [0, 1]$ e sia $f(x, y) = 3\sqrt{1 + x^2 + y^2}$. Quanto fa $\int_\alpha f$?
A 1. B 2. C 4. D π.

9. Sia $f(x, y) = x^2y^3$. Quanto fa df? A $2xy^3\,dx + 3x^2y^2\,dy$. B $2xy^3\,dy + 3x^2y^2\,dx$.
C $2xy^3 + 3x^2y^2$. D Nessuna delle precedenti.

10. Si consideri la successione $(a_n)_{n=0}^\infty$ tale che $a_{n+2} = 2a_{n+1}/a_n$, $a_0 = 2$, $a_1 = 1$. Quanto fa a_{36}?
A 2. B 0. C $\pi/2$. D 4.

11. Per quali polinomi $p(z)$ la funzione $1/p(z)$ è olomorfa da $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$?
A Per tutti i $p(z)$ di grado 2. B Per tutti i $p(z)$.
C Per tutti i $p(z)$ a coefficienti reali. D Solo per $p(z)$ costante.

12. Esiste una $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ olomorfa tale che $f(z) \in \mathbb{R}$ per ogni $z \in \mathbb{C}$? A No.
B Sì, ad esempio l'identità. C Sì, ma solo la funzione nulla. D Sì, tutte le costanti.

Durante la prova deve essere esibito il libretto universitario o un documento. Non è concesso alzarsi prima della fine della prova né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date. Le domande V/F valgono ± 2 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 16/9/00

Risposte esatte

1. F
2. F
3. V
4. V
5. V
6. F
7. C
8. C
9. A
10. A
11. D
12. D