UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 20/10/99 (non fiscale)

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = y \cdot e^x$. È vero che $\partial^2 f/\partial x \partial y(0,0) = \partial^2 f/\partial y \partial x(0,0)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ continua. È finito l'integrale $\int_0^1 f(x) \cdot x^{-1/2}\,dx$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Sia $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica tale che $b\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = x(x-y)$. È vero che la matrice associata a b è $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. La forma $-y\,dx + x\,dy$ è chiusa? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La curva $\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\cos(2\pi t), t^2 - 1)$ è chiusa? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Una forma definita sull'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 \le 1, \; x^2 + y^2 \ge 2\}$ e chiusa è automaticamente anche esatta? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

7. Quanto fa $\int_{-1}^{1} |x|\,dx$? $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ -1; $\boxed{\text{d}}$ 2.

8. Qual'è la norma di $(\, i \quad 2+i \quad \sqrt{2} - i \,) \in \mathbb{C}^3$?
$\boxed{\text{a}}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{\text{b}}$ $3 + 2i - i\sqrt{2}$; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

9. Dato $\lambda \in \mathbb{R}$, la funzione $f_\lambda : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ data da $f_\lambda(x,y) = (-y, x+y, x(1+\lambda y))$ è lineare?
$\boxed{\text{a}}$ sì, per ogni λ; $\boxed{\text{b}}$ no, per nessun valore di λ;
$\boxed{\text{c}}$ per esattamente due valori di λ; $\boxed{\text{d}}$ per esattamente un valore di λ.

10. Sia $f(x,y) = \cos(x+y)\,e^{x-y}$. Quanto fa df ?
$\boxed{\text{a}}$ $(-\sin(x+y) + \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dx + (-\sin(x+y) - \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dy$;
$\boxed{\text{b}}$ $(-\sin(x+y) - \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dx + (-\sin(x+y) + \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dy$;
$\boxed{\text{c}}$ $(-\sin(x+y) + \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dx + (\sin(x+y) + \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dy$;
$\boxed{\text{d}}$ $(+\sin(x+y) + \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dx + (\sin(x+y) - \cos(x+y))\,e^{x-y}\,dy$;

11. Sia $f(x,y) = x + y$ e $\alpha(t) = (t, \sqrt{1-t^2})$ per $t \in [-1,1]$. Quanto fa $\int_\alpha f$?
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

12. Sia $\omega(x,y) = y\,dx - x\,dy$ e $\alpha : [0,\pi] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$. Quanto fa $\int_\alpha \omega$?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ -1; $\boxed{\text{c}}$ π; $\boxed{\text{d}}$ $-\pi$.

Durante la prova deve essere esibito il libretto universitario o un documento. Non è concesso alzarsi prima della fine della prova né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date. Le domande V/F valgono ± 2 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"MATEMATICA" – A.A. 1999/2000 – Prova del 20/10/99 (non fiscale)

Risposte esatte

1. V
2. V
3. F
4. F
5. F
6. V
7. b
8. c
9. d
10. a
11. b
12. d