

Metodi Matematici e Statistici per Giuristi

I parte - Lezione 02: Elementi di logica

Dario Trevisan

22/09/2021

Section 1

Calcolo delle proposizioni

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:
 - **Vero** (in inglese *true*, indicato anche con le lettere V, T oppure il numero 1)

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:
 - **Vero** (in inglese *true*, indicato anche con le lettere V , T oppure il numero 1)
 - **Falso** (*false*, indicato anche con la lettera F oppure il numero 0)

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:
 - **Vero** (in inglese *true*, indicato anche con le lettere V , T oppure il numero 1)
 - **Falso** (*false*, indicato anche con la lettera F oppure il numero 0)
- Gli esempi matematici sono i più semplici, perché la verità matematica è priva di ambiguità:

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:
 - **Vero** (in inglese *true*, indicato anche con le lettere V , T oppure il numero 1)
 - **Falso** (*false*, indicato anche con la lettera F oppure il numero 0)
- Gli esempi matematici sono i più semplici, perché la verità matematica è priva di ambiguità:
 - “i triangoli hanno 4 lati”

Proposizioni

- Una **proposizione** è una affermazione a cui si può attribuire uno dei due *valori di verità*:
 - **Vero** (in inglese *true*, indicato anche con le lettere V, T oppure il numero 1)
 - **Falso** (*false*, indicato anche con la lettera F oppure il numero 0)
- Gli esempi matematici sono i più semplici, perché la verità matematica è priva di ambiguità:
 - “i triangoli hanno 4 lati”
 - “due più due fa 4”

- In questo corso interessano però soprattutto esempi dal mondo reale, in cui l'importante è che, almeno idealmente, un valore di verità si possa attribuire: sono proposizioni

- In questo corso interessano però soprattutto esempi dal mondo reale, in cui l'importante è che, almeno idealmente, un valore di verità si possa attribuire: sono proposizioni
 - “Tutti gli italiani pagano le tasse”

- In questo corso interessano però soprattutto esempi dal mondo reale, in cui l'importante è che, almeno idealmente, un valore di verità si possa attribuire: sono proposizioni
 - “Tutti gli italiani pagano le tasse”
 - “Se l'imputato è dichiarato colpevole, finirà in carcere”

- In questo corso interessano però soprattutto esempi dal mondo reale, in cui l'importante è che, almeno idealmente, un valore di verità si possa attribuire: sono proposizioni
 - “Tutti gli italiani pagano le tasse”
 - “Se l'imputato è dichiarato colpevole, finirà in carcere”
- Una domanda, ad esempio

“Gli italiani preferiscono la pizza al sushi?”

non è una proposizione (anche se la risposta è *vero* oppure *falso*). Tuttavia basta riformularla in modo che lo diventi (proviamo per esercizio in questo caso).

- In questo corso interessano però soprattutto esempi dal mondo reale, in cui l'importante è che, almeno idealmente, un valore di verità si possa attribuire: sono proposizioni
 - “Tutti gli italiani pagano le tasse”
 - “Se l'imputato è dichiarato colpevole, finirà in carcere”
- Una domanda, ad esempio

“Gli italiani preferiscono la pizza al sushi?”

non è una proposizione (anche se la risposta è *vero* oppure *falso*). Tuttavia basta riformularla in modo che lo diventi (proviamo per esercizio in questo caso).

- Come **notazione** generale per le proposizioni usiamo lettere maiuscole latine (A , B , C , ecc.). Ad esempio: $A =$ “due più due fa quattro”.

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasformi di conseguenza.

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasformi di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasforma di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

- Esempi:

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasforma di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

- Esempi:
 - $A = \text{"due più due fa quattro"}$

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasforma di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

- Esempi:
 - $A = \text{"due più due fa quattro"}$
 - "non A " = "due più due *non* fa quattro"

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasformi di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

- Esempi:
 - A = "due più due fa quattro"
 - "non A " = "due più due *non* fa quattro"
 - B "tutti gli italiani pagano le tasse"

Negazione

- Il calcolo logico considera **operazioni** tra proposizioni e in particolare indica come il valore di verità si trasformi di conseguenza.
- L'operazione più semplice è la **negazione** di una proposizione A ,

"non A "

indicata simbolicamente anche come $\text{NOT } A$, $\bar{A}$, $\neg A$.

- Esempi:
 - A = "due più due fa quattro"
 - "non A " = "due più due *non* fa quattro"
 - B "tutti gli italiani pagano le tasse"
 - "non B " = "*non* tutti gli italiani pagano le tasse", o equivalentemente "*almeno un italiano non paga le tasse*".

Il valore di verità di “non A ” è l’opposto di quello di A , come si può riassumere in una **tavola di verità**

A	non A
V	F
F	V

Vedremo tavole di verità anche per le altre operazioni, leggermente più complesse.

Esercizio: scrivere la negazione delle seguenti proposizioni

"Giuseppe ha figli"

"Domani piove"

"Nessuno è immortale"

"Almeno un pedone attraversa sulle strisce"

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

" A e B "

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

" A e B "

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

- Consideriamo ad esempio:

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

" A e B "

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

- Consideriamo ad esempio:
 - $A = \text{"2 è un numero pari"} \text{ (vera)}$

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

$$"A \text{ e } B"$$

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

- Consideriamo ad esempio:
 - $A = \text{"2 è un numero pari"} \text{ (vera)}$
 - $B = \text{"2 è un numero maggiore di 1"} \text{ (vera)}$

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

$$"A \text{ e } B"$$

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

- Consideriamo ad esempio:
 - $A =$ "2 è un numero pari" (vera)
 - $B =$ "2 è un numero maggiore di 1" (vera)
 - $C =$ "2 è un numero negativo" (falsa)

Congiunzione

- Date due proposizioni A , B , la loro congiunzione

$$"A \text{ e } B"$$

che si può scrivere anche $A \wedge B$ o anche $A \text{ AND } B$ è una proposizione che è **vera** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe vere**.

- Consideriamo ad esempio:
 - $A =$ "2 è un numero pari" (vera)
 - $B =$ "2 è un numero maggiore di 1" (vera)
 - $C =$ "2 è un numero negativo" (falsa)
 - allora " A e B " è vera, mentre " A e C " è falsa.

La tavola di verità per l'operazione di congiunzione è la seguente (bisogna considerare tutti i 4 possibili casi per i valori di verità di A , B)

A	B	$A \text{ e } B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Esercizio: date le proposizioni

$A = \text{"Roma è la capitale d'Italia"}$

$B = \text{"Roma si trova nel Lazio"}$

enunciare la proposizione " $A \text{ e } B$ " e determinarne il valore di verità.

Esercizio: data una qualsiasi proposizione A , determinare il valore di verità della proposizione " $A \text{ e non } A$ ".

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

" A oppure B "

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

- Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

" A oppure B "

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

" A oppure B "

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:
 - $A = \text{"2 è un numero pari"}$ (vera)

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

$"A \text{ oppure } B"$

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, $"A \text{ oppure } B"$ è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:
 - $A = "2 \text{ è un numero pari}"$ (vera)
 - $B = "2 \text{ è un numero maggiore di } 1"$ (vera)

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

$"A \text{ oppure } B"$

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:
 - A = "2 è un numero pari" (vera)
 - B = "2 è un numero maggiore di 1" (vera)
 - C = "2 è un numero negativo" (falsa)

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

$"A \text{ oppure } B"$

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:
 - A = "2 è un numero pari" (vera)
 - B = "2 è un numero maggiore di 1" (vera)
 - C = "2 è un numero negativo" (falsa)
 - allora " A oppure B " è vera ma pure " A oppure C " è vera.

Disgiunzione (inclusiva)

- Date due proposizioni A , B , la loro disgiunzione (detta a volte anche inclusiva)

$"A \text{ oppure } B"$

che si può scrivere anche $A \vee B$ o anche $A \text{ OR } B$ è una proposizione che è **falsa** solo nel caso in cui A , B siano **entrambe false** (in tutti gli altri casi è vera).

– Alternativamente, " A oppure B " è **vera** nel caso in cui **almeno una** tra A , B sia vera.

- Consideriamo lo stesso esempio della congiunzione:
 - A = "2 è un numero pari" (vera)
 - B = "2 è un numero maggiore di 1" (vera)
 - C = "2 è un numero negativo" (falsa)
 - allora " A oppure B " è vera ma pure " A oppure C " è vera.
 - è falsa invece la proposizione " $(\text{non } A) \text{ oppure } C$ ", ossia "2 è un numero dispari oppure negativo".

La tavola di verità per l'operazione di disgiunzione è la seguente:

A	B	A oppure B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Esercizio: date le proposizioni

A = "Roma è la capitale d'Italia"

B = "Firenze è la capitale d'Italia"

enunciare la proposizione " A oppure B " e determinarne il valore di verità.

Esercizio: data una qualsiasi proposizione A , determinare il valore di verità della proposizione " A oppure non A ".

Esercizio: Scrivere le tavole di verità delle due operazioni "non (A oppure B)" e " $(\text{non } A) \text{ e } (\text{non } B)$ " e confrontarle (legge di *De Morgan*).

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.
- Date due proposizioni A , B , l'implicazione materiale

" A quindi B "

(o anche "se A allora B ", $A \rightarrow B$) è una proposizione **falsa** solo nel caso in cui A sia **vera** e B sia **falsa** (in tutti gli altri casi è vera).

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.
- Date due proposizioni A , B , l'implicazione materiale

" A quindi B "

(o anche "se A allora B ", $A \rightarrow B$) è una proposizione **falsa** solo nel caso in cui A sia **vera** e B sia **falsa** (in tutti gli altri casi è vera).

- A è detta *antecedente* e B è detta *conseguente* nell'implicazione $A \rightarrow B$.

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.
- Date due proposizioni A , B , l'implicazione materiale

" A quindi B "

(o anche "se A allora B ", $A \rightarrow B$) è una proposizione **falsa** solo nel caso in cui A sia **vera** e B sia **falsa** (in tutti gli altri casi è vera).

- A è detta *antecedente* e B è detta *conseguente* nell'implicazione $A \rightarrow B$.
- Esempi (matematici):

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.
- Date due proposizioni A , B , l'implicazione materiale

" A quindi B "

(o anche "se A allora B ", $A \rightarrow B$) è una proposizione **falsa** solo nel caso in cui A sia **vera** e B sia **falsa** (in tutti gli altri casi è vera).

- A è detta *antecedente* e B è detta *conseguente* nell'implicazione $A \rightarrow B$.
- Esempi (matematici):
 - "se 2 è un numero pari, allora 2 è un numero maggiore di 1" è vera

Implicazione materiale

- Introduciamo un'operazione fondamentale che a volte causa qualche difficoltà nella comprensione della definizione.
- Date due proposizioni A , B , l'implicazione materiale

" A quindi B "

(o anche "se A allora B ", $A \rightarrow B$) è una proposizione **falsa** solo nel caso in cui A sia **vera** e B sia **falsa** (in tutti gli altri casi è vera).

- A è detta *antecedente* e B è detta *conseguente* nell'implicazione $A \rightarrow B$.
- Esempi (matematici):
 - "se 2 è un numero pari, allora 2 è un numero maggiore di 1" è vera
 - "se 2 è un numero pari, allora 2 è un numero negativo" è falsa

La tavola di verità per l'operazione di implicazione materiale è la seguente:

A	B	A quindi B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Un esempio che chiarifica la definizione è la proposizione

"se piove, allora Luca prende l'ombrello"

Questa è vera se “ogni volta che piove, Luca prende l'ombrello”, quindi solamente nelle occasioni di pioggia (ossia l'antecedente è vera) si deve controllare che Luca abbia preso l'ombrello (ossia che la conseguente sia vera). Per argomentare che sia **falsa** invece basta trovare una occasione in cui piove e Luca non abbia l'ombrello (quello che si dice un *controesempio*).

D'altra parte è *ben noto* che da premesse false si può argomentare di tutto, quindi non dovrebbe stupire che se l'antecedente è falsa, il valore di verità dell'implicazione è sempre vero e non dipende dalla conseguente.

Esercizio: Stabilire il valore di verità delle seguenti proposizioni:

"Se Dante ha scritto *La Divina Commedia* allora Dante è nato a Napoli."

"se 5 è un numero dispari allora 5 è un numero pari".

Esercizio: Confrontare la tavola di verità di $A \rightarrow B$ con quella di " $(\text{non } A)$ oppure B ".

Esercizio: Confrontare la tavola di verità di $A \rightarrow B$ con quelle di " $(\text{non } A)$ quindi $(\text{non } B)$ ", " $B \rightarrow A$ ", " $(\text{non } B) \rightarrow (\text{non } A)$ ". In quali casi coincidono?

Altre operazioni

- Una variante della disgiunzione inclusiva è la versione **esclusiva**

$$\text{"o } A \text{ o } B\text{"}$$

(si scrive anche " $A \text{ XOR } B$ ") che è *vera* solo nel caso in cui **esattamente** una tra A , B è vera.

Esercizio: Scrivere le tavole di verità delle due operazioni sopra.

Altre operazioni

- Una variante della disgiunzione inclusiva è la versione **esclusiva**

$$"A \oplus B"$$

(si scrive anche " $A \text{ XOR } B$ ") che è *vera* solo nel caso in cui **esattamente** una tra A , B è vera.

- La doppia implicazione

$$"A \text{ se e solo se } B"$$

(si scrive anche " $A \leftrightarrow B$ ") è *vera* solo nel caso in cui A , B siano entrambe vere oppure entrambe false.

Esercizio: Scrivere le tavole di verità delle due operazioni sopra.

Section 2

Regole di inferenza

Il metodo deduttivo: dalle ipotesi alle tesi

La **deduzione** logica è il metodo con cui partendo da alcune proposizioni che si ritengono vere (dette **ipotesi**) e seguendo determinati passaggi si argomenta (si deduce o si *dimostra*) la verità di altre proposizioni (dette *tesi*).

- Nei ragionamenti matematici, si identificano spesso delle *ipotesi fondamentali* dette **assiomi**.

Il metodo deduttivo: dalle ipotesi alle tesi

La **deduzione** logica è il metodo con cui partendo da alcune proposizioni che si ritengono vere (dette **ipotesi**) e seguendo determinati passaggi si argomenta (si deduce o si *dimostra*) la verità di altre proposizioni (dette *tesi*).

- Nei ragionamenti matematici, si identificano spesso delle *ipotesi fondamentali* dette **assiomi**.
- Una collezione di *ipotesi* e una *tesi* (con relativa dimostrazione) è detto **teorema** in matematica.

Modus ponens (dimostrazione diretta)

Vediamo ora tre regole fondamentali per la deduzione. La prima regola afferma che

- se una proposizione A è vera e l'implicazione materiale $A \rightarrow B$ è pure vera, allora anche la proposizione conseguente B è vera.

Modus ponens (dimostrazione diretta)

Vediamo ora tre regole fondamentali per la deduzione. La prima regola afferma che

- se una proposizione A è vera e l'implicazione materiale $A \rightarrow B$ è pure vera, allora anche la proposizione conseguente B è vera.
- **Esempio:** supponiamo di sapere che “Oggi piove” (A) e che “Se piove, Luca prende l'ombrello” ($A \rightarrow B$) sono entrambe vere. Ne segue che “Luca prende l'ombrello” è pure vera.

Modus ponens (dimostrazione diretta)

Vediamo ora tre regole fondamentali per la deduzione. La prima regola afferma che

- se una proposizione A è vera e l'implicazione materiale $A \rightarrow B$ è pure vera, allora anche la proposizione conseguente B è vera.
- **Esempio:** supponiamo di sapere che “Oggi piove” (A) e che “Se piove, Luca prende l'ombrello” ($A \rightarrow B$) sono entrambe vere. Ne segue che “Luca prende l'ombrello” è pure vera.
- Questo è il modo di procedere più naturale nelle argomentazioni: in un certo senso si passa dal generale (l'affermazione $A \rightarrow B$ è di solito un principio vero sempre) al particolare (la validità di B nella situazione specifica).

Modus tollens (dimostrazione per assurdo)

La seconda regola si basa sull'osservazione che $A \rightarrow B$ e la *contronominale* “(non B) $\rightarrow$ (non A)” hanno la stessa tavola di verità. Pertanto, rovesciando i ruoli di antecedente e conseguente (e passando alle negazioni), si introduce la seguente regola:

- se l'implicazione $A \rightarrow B$ è vera e B è falsa, allora anche A è falsa.
- Su questa regola si fonda il *ragionamento per assurdo*, in cui per mostrare la validità di una tesi B a partire dalle ipotesi A (che si ritengono vere), si suppone B falsa e si procede con l'obiettivo di dedurre che A sia falsa. Se si riesce appunto ad ottenere tale **assurdo** (perché l'ipotesi A non può essere sia vera che falsa), ne segue che B deve quindi essere vera.
- Benché accettato in matematica, un argomento *per assurdo* può essere visto con sospetto perché non si “costruisce” un percorso diretto tra l'ipotesi e la tesi.

Sillogismo

La terza regola è il sillogismo aristotelico, che permette di creare nuove implicazioni a partire da implicazioni vere per ipotesi:

- se le implicazioni materiali $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow C$ sono entrambe vere, allora anche $A \rightarrow C$ è vera.

Esercizio: completare mediante il sillogismo: dalle premesse “Se Luca è toscano allora Luca è italiano”, “Se Luca è italiano allora Luca è europeo”, segue che “Se Luca è toscano, allora ...”.

Sillogismo

La terza regola è il sillogismo aristotelico, che permette di creare nuove implicazioni a partire da implicazioni vere per ipotesi:

- se le implicazioni materiali $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow C$ sono entrambe vere, allora anche $A \rightarrow C$ è vera.
- **Esempio:** partendo dalle premesse (vere) “Se studio passerò l'esame” e “Se passerò l'esame mi potrò laureare”, ne segue che anche “Se studio mi potrò laureare”.

Esercizio: completare mediante il sillogismo: dalle premesse “Se Luca è toscano allora Luca è italiano”, “Se Luca è italiano allora Luca è europeo”, segue che “Se Luca è toscano, allora ...”.