

Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici
26 maggio 2000

Cognome Nome
Matricola Corso di studio Anno iscrizione

1. **(punti 8)** Si consideri l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & h & 1 \\ 0 & h & 0 \\ -1 & 0 & 2h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di h per cui $\dim \operatorname{Im} A = 2$ sono
(b) I valori di h per cui A è triangolabile sono
(c) I valori di h per cui A è diagonalizzabile sono
(d) fissato $h = 1$ un vettore $x \in \mathbf{R}^3$ per cui $A^2 x \neq x$ è
(e) scrivere una base di $\mathbf{R}^3$ contenente il vettore x :

2. **(punti 5)** Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (2, 2), \quad A' = (8, 2) \quad A'' = (8, -6)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento AA' .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
(b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
(c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
(d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
(e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
(f) Indicare un punto Q del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per Q sia una iperbole:

3. **(punti 4)** Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) + 2 \exp(z) - iz - 2i = 0$$

4. **(punti 6)** Sia $x \in \mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$) con $\|x\| = 1$ e sia $A = I - 2x^t x$.

- (a) A è simmetrica? ☐ perché
(b) A è ortogonale? ☐ perché

(c) $A^2 = -I$? ☐ perché

(d) gli autovalori di A sono:

(e) Mostrare che $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$:

5. **(punti 6)** Sia data la curva γ di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t \\ z = 1 - t - t^2 \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva γ' proiezione ortogonale di γ sul piano $x - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante γ su γ' è:

☐parabolico ☐iperbolico ☐ellittico

6. **(punti 5)** Un campione C è formato da due gruppi C_1 con numerosità $n_1 = 40$ e C_2 con numerosità $n_2 = 70$. Sapendo che la media della variabile X su C_1 è $m_1 = 12$ e su C_2 è $m_2 = 10$, calcolare la media m su C .

$m =$. Scrivere le formule usate:

Supponendo che C sia estratto da un universo su cui X ha densità normale con varianza $\sigma^2 = 6.25$, trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello $\alpha = 0.05$.

L'intervallo di confidenza è $[$ $,$]. Scrivere le formule usate:

Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici
26 maggio 2000

Cognome Nome
Matricola Corso di studio Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2h & 0 \\ h & 0 & h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di h per cui $\dim \operatorname{Im} A = 2$ sono
- (b) I valori di h per cui A è triangolabile sono
- (c) I valori di h per cui A è diagonalizzabile sono
- (d) fissato $h = 1$ un vettore $x \in \mathbf{R}^3$ per cui $A^2 x \neq x$ è
- (e) scrivere una base di $\mathbf{R}^3$ contenente il vettore x :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (-2, 2), \quad A' = (-2, 6) \quad A'' = (4, 2)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento AA' .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto Q del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per Q sia una ellisse:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) - \exp(z) - eiz + ei = 0$$

4. (punti 6) Sia $x \in \mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$) con $\|x\| = 1$ e sia $A = I - 2x^t x$.

- (a) A è simmetrica? ☐ perché
- (b) A è ortogonale? ☐ perché

(c) $A^2 = I$? ☐ perché

(d) gli autovalori di A sono:

(e) Mostrare che $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$:

5. **(punti 6)** Sia data la curva γ di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = 2 - t - t^2 \\ y = -t \\ z = -2 + t^2 \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva γ' proiezione ortogonale di γ sul piano $x - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante γ su γ' è:

☐parabolico ☐iperbolico ☐ellittico

6. **(punti 5)** Un campione C è formato da due gruppi C_1 con numerosità $n_1 = 20$ e C_2 con numerosità $n_2 = 60$. Sapendo che la media della variabile X su C_1 è $m_1 = 14$ e su C_2 è $m_2 = 12$, calcolare la media m su C .

$m =$. Scrivere le formule usate:

Supponendo che C sia estratto da un universo su cui X ha densità normale con varianza $\sigma^2 = 4.41$, trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello $\alpha = 0.05$.

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate:

Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici
26 maggio 2000

Cognome Nome
Matricola Corso di studio Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & -h \\ 0 & 2h & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di h per cui $\dim \operatorname{Im} A = 2$ sono
- (b) I valori di h per cui A è triangolabile sono
- (c) I valori di h per cui A è diagonalizzabile sono
- (d) fissato $h = 1$ un vettore $x \in \mathbf{R}^3$ per cui $A^2 x \neq x$ è
- (e) scrivere una base di $\mathbf{R}^3$ contenente il vettore x :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (3, 6), \quad A' = (-5, 6) \quad A'' = (-5, 2)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento AA' .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto Q del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per Q sia una iperbole:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) - i \exp(z) + ez - ei = 0$$

4. (punti 6) Sia $x \in \mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$) con $\|x\| = 1$ e sia $A = I - 2x^t x$.

- (a) A è simmetrica? ☐ perché
- (b) A è ortogonale? ☐ perché

(c) $A^2 = -I$? ☐ perché

(d) gli autovalori di A sono:

(e) Mostrare che $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$:

5. (punti 6) Sia data la curva γ di equazione

$$\gamma: \begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 2 - 3t + t^2 \\ z = 3t \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva γ' proiezione ortogonale di γ sul piano $x - y = 0$

(c) Il cilindro proiettante γ su γ' è:

☐parabolico ☐iperbolico ☐ellittico

6. (punti 5) Un campione C è formato da due gruppi C_1 con numerosità $n_1 = 70$ e C_2 con numerosità $n_2 = 40$. Sapendo che la media della variabile X su C_1 è $m_1 = 16$ e su C_2 è $m_2 = 10$, calcolare la media m su C .

$m =$. Scrivere le formule usate:

Supponendo che C sia estratto da un universo su cui X ha densità normale con varianza $\sigma^2 = 4.84$, trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello $\alpha = 0.05$.

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate:

Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici
26 maggio 2000

Cognome Nome
Matricola Corso di studio Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di h per cui $\dim \operatorname{Im} A = 2$ sono
- (b) I valori di h per cui A è triangolabile sono
- (c) I valori di h per cui A è diagonalizzabile sono
- (d) fissato $h = 1$ un vettore $x \in \mathbf{R}^3$ per cui $A^2 x \neq x$ è
- (e) scrivere una base di $\mathbf{R}^3$ contenente il vettore x :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (1, 5), \quad A' = (3, 5) \quad A'' = (3, -1)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento AA' .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto Q del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per Q sia una ellisse:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) + i \exp(z) - ez - ei = 0$$

4. (punti 6) Sia $x \in \mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$) con $\|x\| = 1$ e sia $A = I - 2x^t x$.

- (a) A è simmetrica? ☐ perché
- (b) A è ortogonale? ☐ perché

(c) $A^2 = I$? ☐ perché

(d) gli autovalori di A sono:

(e) Mostrare che $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$:

5. **(punti 6)** Sia data la curva γ di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t^2 \\ z = 1 + t^2 - t \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva γ' proiezione ortogonale di γ sul piano $y - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante γ su γ' è:

☐parabolico ☐iperbolico ☐ellittico

6. **(punti 5)** Un campione C è formato da due gruppi C_1 con numerosità $n_1 = 50$ e C_2 con numerosità $n_2 = 20$. Sapendo che la media della variabile X su C_1 è $m_1 = 10$ e su C_2 è $m_2 = 14$, calcolare la media m su C .

$m =$. Scrivere le formule usate:

Supponendo che C sia estratto da un universo su cui X ha densità normale con varianza $\sigma^2 = 5.76$, trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello $\alpha = 0.05$.

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate: