

Analisi Matematica Due

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

19 novembre 2001

1. (a) Provare che la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 y \log |x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è di classe $\mathcal{C}^1$.

- (b) Provare che la funzione $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 y \log(x^2 + y^2) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è di classe $\mathcal{C}^2$.

2. Data $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = 2x^4 + 3x^2y - 2y$$

- (a) determinare i punti critici di f e stabilire se sono massimi o minimi relativi;
- (b) trovare il valore massimo e il valore minimo assunto da f sull'insieme $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2: x^2 \leq y \leq 1\}$;
- (c) trovare l'insieme $f(\mathbf{R}^2)$ di tutti i valori assunti da f su $\mathbf{R}^2$.

3. Sia $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua e derivabile tale che

$$Df(x, y) = \begin{pmatrix} f(x, y) \\ f^2(x, y) \end{pmatrix}.$$

Provare che $f = 0$.