

Analisi Matematica Due

Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

12 settembre 2002

1. Dire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(\sin x)^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{3}}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua, derivabile e differenziabile nel punto $(0, 0)$.

2. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx^2}{3 + |x|^n}.$$

Studiarne la convergenza puntuale e determinare gli intervalli su cui si ha convergenza uniforme.

3. Trovare tutte le soluzioni di classe $\mathcal{C}^2$ dell'equazione differenziale

$$y = xy' + y' \arctan(y') - \frac{1}{2} \log(1 + (y')^2).$$

4. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} 2y \cos x \, ds$$

sulla curva $\gamma(t) = (t, \sin t)$ per $t \in [0, \pi]$.