

Analisi Matematica III modulo

Prova scritta n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

13 febbraio 2006

1. Dimostrare che la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy} - 1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ y & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è differenziabile nel punto $(0, 2)$.

2. (a) Determinare i punti di massimo e minimo relativo per la funzione

$$f(x, y) = 3x^2y^2 - xy^3 + x^4.$$

- (b) Determinare anche l'estremo inferiore e l'estremo superiore di $f(x, y)$ su $\mathbb{R}^2$.

3. (a) Mostrare che la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1 + kx)^{-\frac{1}{x}}.$$

converge totalmente sull'intervallo $(0, \frac{1}{2})$.

- (b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sum_{k=0}^{\infty} (1 + kx)^{-\frac{1}{x}}.$$