

Analisi Matematica IV modulo

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

27 aprile 2006

1. Disegnare approssimativamente nel piano (x, y) l'insieme

$$x^4 - 6xy^2 + y^3 = 0.$$

Calcolare il massimo valore assunto da y su tale insieme.

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2y}{x} + \frac{x}{y}, \\ y(-1) = 1. \end{cases}$$

Determinare, in particolare, l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 - xy) \log(x + y^2), \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- (a) Disegnare la soluzione massimale nel caso $y_0 = 1$. In particolare mostrare che tale soluzione ha esistenza globale e calcolare i limiti di $y(x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$.
- (b) Sempre nel caso $y_0 = 1$ mostrare che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) - \sqrt{-x} = 0.$$

- (c) Disegnare la soluzione massimale nel caso $y_0 = -1$. In particolare determinare il numero di punti in cui la soluzione si annulla.