

Analisi Matematica IV modulo

Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2007-2008

5 giugno 2008

1. Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = [y - (x - 2)^2](y + x^2).$$

- (a) Disegnare approssimativamente il grafico della soluzione con la condizione di Cauchy $y(1) = 0$. Stabilire se la soluzione è definita o meno su tutto $\mathbb{R}$.
- (b) Sia $y(x)$ la soluzione con condizione $y(0) = 0$. Calcolare $y'(0)$, $y''(0)$ e $y'''(0)$. Disegnare approssimativamente il grafico di $y(x)$.
2. Si consideri la forma differenziale

$$\omega = \frac{x \, dx + y \, dy}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Calcolare $\int_{\gamma} \omega$ sulla curva

$$\gamma(t) = (t, \sin t) \quad t \in [\pi, 2\pi].$$

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

esteso al dominio

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \, x \geq 0, \, y \geq 0\}.$$