

Analisi Matematica III e IV modulo

Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2007-2008

5 giugno 2008

1. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Dire se f è continua e differenziabile nel punto $(0, 0)$.

2. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^6 + 2y^4 - 6x^3y.$$

E stabilire se sono massimi o minimi relativi.

3. Si consideri la forma differenziale

$$\omega = \frac{x \, dx + y \, dy}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Calcolare $\int_{\gamma} \omega$ sulla curva

$$\gamma(t) = (t, \sin t) \quad t \in [\pi, 2\pi].$$

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

esteso al dominio

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \, x \geq 0, \, y \geq 0\}.$$