

Analisi Matematica III modulo

Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2007-2008

10 luglio 2008

1. Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0, \frac{\pi}{2})} \frac{\sin x \cos y}{\sin^2 x + \cos^2 y}$$

2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy^2 + y^4.$$

- (a) Dire se il punto $(0,0)$ è, o meno, un punto di massimo o minimo relativo.
- (b) Trovare i valori massimo e minimo assunti da f sul quadrato $Q = \{|x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.
3. Si consideri la successione di funzioni $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_k(x) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{se } x \in [\frac{1}{k+1}, \frac{1}{k}) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Studiare la convergenza totale e uniforme su $\mathbb{R}$ della serie $\sum_k f_k$.