

Analisi Matematica IV modulo

Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2007-2008

4 febbraio 2009

1. Si consideri la forma differenziale

$$\omega = \frac{y \, dx - x \, dy}{(y-x)^2 + x^2}.$$

Dire se ω è chiusa e se è esatta.

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - x^2}{xy} \\ y(e) = -1. \end{cases}$$

3. Dimostrare che l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 + xy \leq 1\}$$

è limitato.

Calcolare l'integrale doppio

$$\int_D x^2 - y^2 \, dx \, dy.$$