



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno Accademico 2009/2010

Facoltà: **CdL in Matematica**

Insegnamento: **Analisi Matematica II**

Settore:

Corsi di studio:

.....

.....

.....

Prof. Emanuele Paolini

Settore Inquadramento: **Analisi Matematica**

N.B.- Ai sensi dell'art.2 della Legge 1-5-1941. n.615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 6.10.2009 Totale ore 1

Argomento:

Prodotto scalare e norma canonica su $\mathbb{R}^n$. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Sub-additività della norma.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 13.10.2009 Totale ore 2

Argomento:

Distanza su $\mathbb{R}^n$, disuguaglianza triangolare. Elementi di topologia: intorno circolare, aperto, punto interno, intorno, parte interna, chiuso, chiusura, punto di aderenza, punto esterno, frontiera o bordo, punto di accumulazione, punto isolato. Esercizi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 20.10.2009 Totale ore 1

Argomento:

Come dimostrare l'esistenza di un limite in più variabili. Esercizi sui limiti in due variabili.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 27.10.2009 Totale ore 2

Argomento:

Teorema di collegamento tra limiti di funzione e limiti di successione. Restrizione di un limite in più variabili. Come dimostrare la non esistenza dei limiti in più variabili. Esercizi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 3.10.2009 Totale ore 2

Argomento:

Differenziabilità, differenziale. Derivate parziali, derivate direzionali, gradiente. Derivate seconde, teorema di Schwarz. Esercizi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 10.11.2009 Totale ore 2

Argomento:

Massimi e minimi. Il teorema di Bolzano-Weierstrass. Il teorema di Weierstrass. Condizione necessaria al primo ordine per i punti di massimo e minimo. Esercizi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 17.11.2009 Totale ore 2

Argomento:

Esercizi su massimi e minimi assoluti, punti critici, matrice hessiana.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 24.11.2009 Totale ore 2

Argomento:

Punti critici con hessiano nullo. Videoproiezione. Insiemi di livello. Il gradiente è ortogonale agli insiemi di livello.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 1.12.2009 Totale ore 2

Argomento:

Disegnare gli insiemi di livello delle funzioni:

$$f(x, y) = x^4 - 2x^2 + 2y^2 \qquad f(x, y) = x^3 - x^2 - y^4 - y^2.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 18.12.2009 Totale ore 1

Argomento:

Una fabbrica di vernici produce vernice rossa e blu tramite due macchinari A e B. La macchina A, se impiegata per un tempo x , produce $4x$ barili di vernice rossa e x di vernice blu ad un costo pari a $x^2 + x$ euro. La macchina B, se impiegata per un tempo y , produce x barili di vernice rossa e $2y$ di vernice blu, ad un costo pari a $20y$ euro. Determinare l'impiego ottimale $x, y \geq 0$ delle macchine A, B in modo da produrre almeno 12 barili di vernice rossa e 6 di vernice blu al costo minore possibile.

Per casa. Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^\alpha + xy^\alpha}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

Determinare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x, y) = 3x^2y - 2x^3 - y^2.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 12.1.2010 Totale ore 2

Argomento:

Svolgimento prima prova scritta preliminare.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 15.1.2010 Totale ore 2

Argomento:

Soluzioni della prima prova scritta preliminare.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 19.1.2010 Totale ore 2

Argomento:

Convergenza puntuale e uniforme delle successioni di funzioni. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme delle seguenti successioni

$$f_k(x) = x^k, \quad f_k(x) = xe^{-kx^2}, \quad f_k(x) = kxe^{-k^2x^2}.$$

Consegna dei compiti.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 17.2.2010 Totale ore 1

Argomento:

Studiare la convergenza puntuale ed uniforme delle seguenti successioni di funzioni

$$f_k(x) = \frac{1}{1 + (x - k)^2}, \quad f_k(x) = \frac{(\log x) - 1}{kx^2},$$

$$f_k(x) = \frac{1}{1 + kx^2}, \quad f_k(x) = \frac{x}{1 + kx^2}, \quad f_k(x) = \frac{x \sin(kx)}{1 + kx^2}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 4.3.2010 Totale ore 2

Argomento:

Passaggio al limite sotto il segno di integrale. Dimostrare che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 \sin^k(x) dx = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 \sqrt[k]{\sin(x)} dx = 1.$$

Serie di funzioni. Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_n \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)^n.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 11.3.2010 Totale ore 2

Argomento:

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-nx^2}}{n^2}.$$

*Dimostrare che la funzione è definita per ogni $x \in \mathbb{R}$, che è derivabile e calcolare $f'(\sqrt{\log 2})$.
Calcolare*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{kx^k}.$$

Serie di potenze. Raggio di convergenza. Serie derivata. Dimostrare che la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{kx^k}$$

converge uniformemente sull'intervallo $[-1, 0]$ (cenni).

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 18.3.2010 Totale ore 2

Argomento:

Equazioni differenziali a variabili separabili.

$$y' = -2xy^2, \quad y' = x\sqrt{1-y^2}.$$

Equazioni lineari del prim'ordine.

$$\begin{cases} y' - 2y = 1, \\ y(0) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y' + 2xy = x^3, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Equazioni di Bernoulli.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 25.3.2010 Totale ore 2

Argomento:

Equazioni omogenee. Esercizi su equazioni Omogenee ed equazioni di Bernoulli.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 8.4.2010 Totale ore 3

Argomento:

Seconda prova scritta preliminare.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 15.4.2010 Totale ore 2

Argomento:

Equazioni differenziali esatte:

$$y' = \frac{y - 2x}{4y^3 - x}.$$

Equazioni di Clairaut:

$$y = xy' - 2\sqrt{y'} + 1$$

Equazioni del secondo ordine autonome

$$\begin{cases} y'' = (y')^3 y^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 21.4.2010 Totale ore 1

Argomento:

Studio qualitativo delle soluzioni di equazioni differenziali normali del prim'ordine. Esercizio:

$$y' = x \log y.$$

Criterio: le soluzioni escono dai compatti. Asintoti orizzontali. Asintoti verticali.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 22.4.2010 Totale ore 2

Argomento:

Ancora studio qualitativo equazioni differenziali. Criterio di confronto. Esercizi:

$$\begin{cases} y' = y(y - \operatorname{arctg} x)^3 \\ y(1) = \frac{1}{2}, \end{cases} \quad y' = (y - 1) \operatorname{arctg} y, \quad y' = \log y,$$

$$y' = y - 4y^3, \quad \begin{cases} y' = 1 - x^2 y^2 \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 28.4.2010 Totale ore 1

Argomento:

Forme differenziali. Forme esatte e chiuse. Integrale di linea. Esempi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 29.4.2010 Totale ore 2

Argomento:

Ancora esercizi sulle forme differenziali. Integrali di linea delle forme chiuse ma non esatte. Avvolgimento attorno alle singolarità. Esempi.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 6.5.2010 Totale ore 2

Argomento:

Esercizi sugli integrali multipli. Formule di riduzione. Cambio dell'ordine di integrazione.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

RIEPILOGO

Lezioni	n° ore	0
Esercitazioni	n° ore	45
Laboratori	n° ore	0
Seminari	n° ore	0
Totale ore		45

Visto: IL PRESIDE DELLA FACOLTÀ

FIRMA DEL DOCENTE

.....

.....