

Analisi Matematica 2 e Complementi

Scheda di autovalutazione n. 2: integrali multipli, integrali di linea, integrali di superficie

Ingegneria, a.a. 2009-2010

cognome	nome	matricola
risposte:	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	
	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	

Il test va svolto in un tempo massimo di 30 minuti, senza utilizzare libri, appunti e calcolatrici. L'autovalutazione e le soluzioni si potranno trovare nella pagina web del docente.

Il punteggio base è di 12 punti. Ogni risposta corretta vale un punto. Il punteggio (negativo) per le

risposte sbagliate:	0	1	2	3	4	5 o più
punteggio:	0	0	-1	-2	-4	-8

1. La misura dell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y^4 \leq 1\}$$

è: (A) 0, (B) 1, (C) $\frac{4}{3}$, (D) $\frac{3}{4}$.

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_Q x^2 y \, dx \, dy$$

sul quadrato $Q = [0, 1] \times [0, 1]$. Il risultato è (A) 0, (B) $\frac{1}{6}$, (C) 1, (D) $\frac{1}{2}$.

3. Il determinante Jacobiano $|\det D\varphi|$ della trasformazione $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi(x, y) = (x^2, xy)$ è (A) $|x^3 y|$, (B) $|2x^2 - y^2|$, (C) y^2 , (D) $2x^2$.

4. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} xy \, ds \quad \text{dove } \gamma(t) = (\cos t, \sin t), t \in [0, \pi].$$

Il risultato è: (A) 0, (B) 1, (C) -1, (D) π .

5. La forma differenziale

$$\omega = \sin y \, dx + x \cos y \, dy$$

è (A) né chiusa né esatta, (B) chiusa ma non esatta, (C) esatta ma non chiusa, (D) chiusa ed esatta.

6. Si consideri il campo vettoriale

$$\xi(x, y, z) = (x^2 + y, x - y, z).$$

Il rotore di ξ è: (A) (0, 0, 0), (B) (2x, -1, 1), (C) (1, -1, 0), (D) (x², 0, 0).

7. Calcolare l'integrale di linea $\int_{\gamma} \omega$ dove

$$\omega = x \, dx + y \, dy, \quad \gamma(t) = (2t^3 - t, t^5 - t^2), \quad t \in [0, 1].$$

Il risultato è: (A) -1, (B) 0, (C) $\frac{1}{2}$, (D) 1.

8. L'area della superficie parametrizzata da $\varphi(u, v) = (u, v, v)$ con $u \in [0, 1]$, $v \in [0, 2]$ è: (A) π , (B) 2, (C) $2\sqrt{2}$, (D) $\frac{1}{2}$.

9. Calcolare

$$\iint_B x^2 - y^2 \, dx \, dy$$

dove $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3\}$. Il risultato è: (A) 0, (B) $-\pi$, (C) π , (D) $\frac{\pi}{3}$.

10. Sia $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2, z \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\int_{\partial^+ \Omega} \xi \cdot \nu_{\Omega} \, d\sigma$$

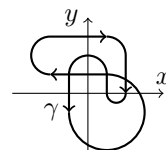
dove $\xi(x, y, z) = (x, y, z)$. Il risultato è: (A) 0, (B) 6π , (C) $2\sqrt{2}\pi$, (D) 12π .

11. L'area della regione piana racchiusa dalla curva (data in coordinate polari) $\rho(\theta) = \sqrt{1 + \cos \theta}$, $\theta \in [0, 2\pi]$, è: (A) 1, (B) π , (C) $\sqrt{\pi}$, (D) $\sqrt{2}$.

12.

Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \omega$ dove

$$\omega = \frac{(x - y) \, dx + (x + y) \, dy}{x^2 + y^2}$$



e γ è la curva rappresentata in figura. Il risultato è: (A) 0, (B) -2π , (C) 2π , (D) 4π .