

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta preliminare n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 10                       | 11                       | 12                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

codice compito: BCBA ACDD DACB

**1.** Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^4 + y^4}$$

(A) vale  $+\infty$ , (B) vale 0, (C) vale 1, (D) non esiste.

**2.** Per la funzione  $f(x, y) = \sin^2 x - y^2$  il punto  $(0, 0)$  (A) è un massimo locale, (B) è un minimo locale, (C) non è un punto critico, (D) è un punto sella.

**3.** Calcolare  $\int_{\gamma} x dx + y dy$  con  $\gamma(t) = (t, t)$ ,  $t \in [0, 1]$ . Il risultato è:  
(A)  $\pi$ , (B)  $\frac{1}{2}$ , (C) 0, (D) 1.

**4.** Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni  $f_k(x) = \arctg(x + k)$  converge uniformemente.  
(A)  $[-1, +\infty)$ , (B)  $(-\infty, 1]$ , (C)  $(-\infty, +\infty)$ , (D)  $[-1, 1]$ .

**5.** La serie  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^2 + k^2}$   
(A) converge totalmente su  $[0, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ ,  
(B) converge totalmente su  $[1, +\infty)$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ ,  
(C) converge totalmente su tutto  $\mathbb{R}$ , (D) non converge puntualmente in nessun intervallo.

**6.** Si consideri il sistema non lineare:  $\begin{cases} x' = y \sin x, \\ y' = x^2 - 1. \end{cases}$

Quanti sono i punti critici?

(A) nessuno, (B) 1, (C) infiniti, (D) 2.

**7.** Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 - y), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Allora il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  vale

(A) 1, (B) 0, (C)  $-\infty$ , (D)  $+\infty$ .

**8.** Sia  $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^3}$ . Allora la funzione  $f$  nel punto  $x = 0$

(A) non è definita, (B) è continua ma non derivabile, (C) non è continua, (D) è derivabile.

**9.** Il flusso del campo  $v(x, y, z) = (x + y^2, x - 2y, z)$  attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è  
(A) negativo, (B) nullo, (C) positivo, (D) infinito.

**10.** La forma differenziale  $\omega = \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$  su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$   
(A) è chiusa ma non esatta, (B) non è definita, (C) è esatta, (D) è definita ma non chiusa.

**11.** La curva di equazione implicita

$$x^4 + x^3 + y^2 + y = 8$$

ha nel punto  $(1, 2)$  retta tangente di equazione

(A)  $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$ , (B)  $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$ , (C)  $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$ ,  
(D)  $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$ .

**12.** Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che  $f(x, y) = f(-x, -y)$ . Allora possiamo affermare che  
(A)  $f$  ha un punto critico in  $(0, 0)$ , (B)  $f$  non è mai negativa, (C)  $f$  è differenziabile due volte, (D)  $f$  non è di classe  $\mathcal{C}^2$ .

# Analisi Matematica II e Complementi

## Prova scritta preliminare n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 10                       | 11                       | 12                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

codice compito: ACBD CDAA BCBD

### 1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}$$

(A) non esiste, (B) vale  $+\infty$ , (C) vale 1, (D) vale 0.

2. Per la funzione  $f(x, y) = \sin^2 x + y^2$  il punto  $(0, 0)$  (A) è un minimo locale, (B) è un massimo locale, (C) è un punto sella, (D) non è un punto critico.

3. Calcolare  $\int_{\gamma} x dx + y dy$  con  $\gamma(t) = (t, t)$ ,  $t \in [-1, 1]$ . Il risultato è: (A) 0, (B) 1, (C)  $\frac{1}{2}$ , (D)  $\pi$ .

4. Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni  $f_k(x) = \arctg(x - k)$  converge uniformemente.

(A)  $[-1, 1]$ , (B)  $(-\infty, +\infty)$ , (C)  $(-\infty, 1]$ , (D)  $[-1, +\infty)$ .

5. La serie  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1 + kx^4}$

(A) converge totalmente su tutto  $\mathbb{R}$ , (B) converge totalmente su  $[0, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (C) non converge puntualmente in nessun intervallo, (D) converge totalmente su  $[1, +\infty)$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ .

6. Si consideri il sistema non lineare: 
$$\begin{cases} x' = y \sin x, \\ y' = y^2 - 1. \end{cases}$$

Quanti sono i punti critici?

(A) infiniti, (B) nessuno, (C) 1, (D) 2.

7. Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 + y), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Allora il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  vale

(A)  $-\infty$ , (B) 1, (C)  $+\infty$ , (D) 0.

8. Sia  $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^4}$ . Allora la funzione  $f$  nel punto  $x = 0$

(A) è derivabile, (B) è continua ma non derivabile, (C) non è continua, (D) non è definita.

9. Il flusso del campo  $v(x, y, z) = (x - y^2, y - 2z, x - 2z)$  attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è

(A) negativo, (B) nullo, (C) positivo, (D) infinito.

10. La forma differenziale  $\omega = \frac{x^3 dx + y^3 dy}{x^4 + y^4}$  su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$

(A) non è definita, (B) è definita ma non chiusa, (C) è chiusa ma non esatta, (D) è esatta.

11. La curva di equazione implicita

$$x^4 + x^2 + y^3 + y = 12$$

ha nel punto  $(1, 2)$  retta tangente di equazione

(A)  $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$ , (B)  $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$ , (C)  $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$ , (D)  $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$ .

12. Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che  $f(x, y) = f(-x, -y)$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $f$  è differenziabile due volte, (B)  $f$  non è mai negativa, (C)  $f$  ha un punto critico in  $(0, 0)$ , (D)  $f$  non è di classe  $\mathcal{C}^2$ .

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta preliminare n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        | 10                       | 11                       | 12                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

codice compito: ACBA BACD DCBD

1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^5}{x^4 + y^4}$$

(A) vale  $+\infty$ , (B) non esiste, (C) vale 0, (D) vale 1.

2. Per la funzione  $f(x, y) = x \sin y$  il punto  $(0, 0)$

(A) è un minimo locale, (B) non è un punto critico, (C) è un punto sella, (D) è un massimo locale.

3. Calcolare  $\int_{\gamma} y dx - x dy$  con  $\gamma(t) = (t, t)$ ,  $t \in [0, 1]$ . Il

risultato è:

(A)  $\frac{1}{2}$ , (B) 1, (C) 0, (D)  $\pi$ .

4. Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni  $f_k(x) = \arctg(x + k)$  converge uniformemente.

(A)  $(-\infty, 1]$ , (B)  $[-1, +\infty)$ , (C)  $[-1, 1]$ , (D)  $(-\infty, +\infty)$ .

5. La serie  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^2 + k^2}$

(A) converge totalmente su  $[0, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ ,  
(B) converge totalmente su  $[1, +\infty)$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ ,  
(C) converge totalmente su tutto  $\mathbb{R}$ , (D) non converge puntualmente in nessun intervallo.

6. Si consideri il sistema non lineare:  $\begin{cases} x' = \cos x, \\ y' = x^2 + y^2. \end{cases}$

Quanti sono i punti critici?

(A) 2, (B) infiniti, (C) nessuno, (D) 1.

7. Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(y - 1), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Allora il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  vale

(A) 1, (B) 0, (C)  $-\infty$ , (D)  $+\infty$ .

8. Sia  $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^3}$ . Allora la funzione  $f$  nel punto  $x = 0$

(A) non è definita, (B) non è continua, (C) è derivabile, (D) è continua ma non derivabile.

9. Il flusso del campo  $v(x, y, z) = (x^3, x + z^2, x - y)$  attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è

(A) nullo, (B) positivo, (C) infinito, (D) negativo.

10. La forma differenziale  $\omega = \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$  su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$

(A) è esatta, (B) non è definita, (C) è chiusa ma non esatta, (D) è definita ma non chiusa.

11. La curva di equazione implicita

$$x^4 + x^3 + y^2 + y = 8$$

ha nel punto  $(1, 2)$  retta tangente di equazione

(A)  $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$ , (B)  $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$ , (C)  $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$ ,  
(D)  $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$ .

12. Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che  $f(x, y) = f(-x, -y)$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $f$  non è di classe  $\mathcal{C}^2$ , (B)  $f$  non è mai negativa, (C)  $f$  ha un punto critico in  $(0, 0)$ , (D)  $f$  è differenziabile due volte.

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta preliminare n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

16 aprile 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|

codice compito: CBAC CDDA BADB

1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4}$$

(A) vale  $+\infty$ , (B) vale 1, (C) non esiste, (D) vale 0.

2. Per la funzione  $f(x, y) = \sin^2 x - y^2$  il punto  $(0, 0)$  (A) è un massimo locale, (B) non è un punto critico, (C) è un minimo locale, (D) è un punto sella.

3. Calcolare  $\int_{\gamma} y dx + x dy$  con  $\gamma(t) = (t, t)$ ,  $t \in [0, 1]$ . Il risultato è: (A)  $\pi$ , (B) 0, (C)  $\frac{1}{2}$ , (D) 1.

4. Tra i seguenti intervalli scegliere il più grande su cui la successione di funzioni  $f_k(x) = \arctg(x - k)$  converge uniformemente. (A)  $[-1, 1]$ , (B)  $(-\infty, +\infty)$ , (C)  $(-\infty, 1]$ , (D)  $[-1, +\infty)$ .

5. La serie  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1 + kx^4}$  (A) converge totalmente su  $[1, +\infty)$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (B) non converge puntualmente in nessun intervallo, (C) converge totalmente su  $[0, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (D) converge totalmente su tutto  $\mathbb{R}$ .

6. Si consideri il sistema non lineare:  $\begin{cases} x' = y \sin x, \\ y' = x + 1. \end{cases}$

Quanti sono i punti critici?

(A) nessuno, (B) 2, (C) infiniti, (D) 1.

7. Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1 - y), \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Allora il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$  vale

(A) 1, (B)  $+\infty$ , (C) 0, (D)  $-\infty$ .

8. Sia  $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-kx^4}}{k^4}$ . Allora la funzione  $f$  nel punto  $x = 0$

(A) non è definita, (B) è continua ma non derivabile, (C) non è continua, (D) è derivabile.

9. Il flusso del campo  $v(x, y, z) = (y - z^2, y^3 - x, x)$  attraverso la superficie di una qualunque sfera orientata tramite la normale esterna, è (A) positivo, (B) nullo, (C) negativo, (D) infinito.

10. La forma differenziale  $\omega = \frac{x^3 dx + y^3 dy}{x^4 + y^4}$  su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  (A) è definita ma non chiusa, (B) non è definita, (C) è chiusa ma non esatta, (D) è esatta.

11. La curva di equazione implicita

$$x^4 + x^2 + y^3 + y = 12$$

ha nel punto  $(1, 2)$  retta tangente di equazione

(A)  $y = -\frac{7}{5}x + \frac{17}{5}$ , (B)  $y = \frac{5}{7}x + \frac{13}{7}$ , (C)  $y = -\frac{6}{13}x + \frac{32}{13}$ , (D)  $y = \frac{13}{6}x + \frac{17}{6}$ .

12. Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che  $f(x, y) = f(-x, -y)$ . Allora possiamo affermare che (A)  $f$  ha un punto critico in  $(0, 0)$ , (B)  $f$  è differenziabile due volte, (C)  $f$  non è di classe  $\mathcal{C}^2$ , (D)  $f$  non è mai negativa.