

Analisi Matematica 2 e Complementi

Scheda di preparazione n. 4 (analisi complessa) – 8 maggio 2010

Ingegneria, a.a. 2009-2010

cognome	nome	matricola									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:											

1. Quale delle seguenti funzioni è olomorfa?

(A) $f(x+iy) = x-iy$, (B) $f(x+iy) = x$, (C) $f(x+iy) = x^2 + 2ixy - y^2$, (D) $f(x+iy) = x^2 + y^2$.

2. La funzione

$$f(z) = \frac{z}{z^5 + 1}$$

quanti punti singolari ha?

(A) 1, (B) 2, (C) nessuno, (D) 5.

3. La funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$$

ha nel punto $z_0 = 0$

(A) un polo di ordine 2, (B) un polo essenziale, (C) una singolarità eliminabile, (D) un polo semplice.

4. Calcolare $\text{Res}(f, 0)$ per la funzione

$$f(z) = e^z - \sin z.$$

(A) 1, (B) $2\pi i$, (C) i , (D) 0.

5. Calcolare $\text{Res}(f, 0)$ per la funzione

$$f(z) = 2z^3 + 7z - 1 - \frac{3}{z} + \frac{5}{z^3}.$$

(A) 2, (B) -3 , (C) 0, (D) 4.

6. La funzione

$$f(z) = e^z + \frac{1}{e^z}$$

(A) non è olomorfa, (B) non ha singolarità in $\mathbb{C}$, (C) ha una singolarità eliminabile, (D) ha un polo semplice.

7. L'integrale $\int_{\gamma} \frac{z}{1+z^3} dz$ sulla circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$ vale
(A) 1, (B) i , (C) $2\pi i$, (D) 0.

8. L'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$ vale
(A) 1, (B) π , (C) i , (D) $\frac{\pi}{3}$.

9. Calcolare $\text{Res}(f, \pi)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{\sin z}.$$

(A) π , (B) -1 , (C) 2, (D) 0.

10. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2ix}}{1+x^2} dx.$$

(A) πe^{-2} , (B) 2, (C) 2π , (D) $\pi \log 2$.

11. Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z^2 + z + 1}{(z-2)^2(z^2+4)^2}.$$

Calcolare

$$\text{Res}(f, 2) + \text{Res}(f, 2i) + \text{Res}(f, -2i).$$

(A) 2, (B) 0, (C) -1 , (D) π .

12. Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione che soddisfa $f(z^*) = f(z)^*$ e sia $\gamma(t): [-T, T] \rightarrow \mathbb{C}$ una curva che verifica $\gamma(-t) = \gamma(t)^*$. Allora possiamo affermare che l'integrale

$$\int_{\gamma} f(z) dz$$

(A) ha parte immaginaria uguale alla parte reale, (B) ha parte reale nulla, (C) vale 42, (D) ha parte immaginaria nulla.