

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

codice compito: BADA ADBC CDBC

1. La funzione $f(x, y) = x^4 + 2xy + y^2$ nel punto $(0, 0)$ **(A)** ha un punto di massimo, **(B)** ha un punto di minimo, **(C)** non ha un punto critico, **(D)** ha punto sella.

2. La funzione $f(x, y) = \sqrt{x^4 + y^2}$, nel punto $(0, 0)$ è **(A)** continua ma non derivabile, **(B)** differenziabile, **(C)** derivabile ma non differenziabile, **(D)** non continua.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy \, dx \, dy$$

(A) 2, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** 0, **(D)** 1.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$

(A) un centro, **(B)** un fuoco, **(C)** un nodo, **(D)** un punto sella.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \rightarrow 0$

(A) $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(B)** $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, **(C)** $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(D)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è **(A)** $\frac{1}{s^2}$, **(B)** $\frac{1}{s(s+1)}$, **(C)** $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(D)** $\frac{e}{s+1}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$

(A) è costante, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** è strettamente crescente, **(D)** non è monotona.

8. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?

(A) $(0, x)$, **(B)** $(-y, x)$, **(C)** (y, x) , **(D)** $(y, 1)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) non è analitica, **(B)** ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(C)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, **(D)** è analitica ma non olomorfa.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza

(A) 1, **(B)** 0, **(C)** $-\infty$, **(D)** -1 .

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(B)** su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$.

12. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che

(A) $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, **(B)** $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1, 0) = 0$, **(D)** $f_y(1, 0) \neq 0$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)		voto
☐	ammonito	
☐	espulso	

cognome	nome												matricola		
risposte:												codice compito: ACCD ACDB ABDB			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐				

1. La funzione $f(x, y) = x^4 - 2xy + y^2$ nel punto $(0, 0)$
(A) non ha un punto critico, (B) ha un punto di minimo,
(C) ha punto sella, (D) ha un punto di massimo.

2. La funzione $f(x, y) = |x + y^2|$, nel punto $(0, 0)$ è
(A) non continua, (B) differenziabile, (C) continua ma
non derivabile, (D) derivabile ma non differenziabile.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q 2x + 3y^2 dx dy$$

(A) $\frac{1}{4}$, (B) 0, (C) 1, (D) 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$

(A) un punto sella, (B) un nodo, (C) un centro, (D) un fuoco.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \rightarrow 0$

(A) $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, (B) $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$, (C) $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, (D) $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è
(A) $\frac{e}{s+1}$, (B) $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, (C) $\frac{1}{s^2}$, (D) $\frac{1}{s(s+1)}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1-y)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$

(A) è costante, (B) non è monotona, (C) è strettamente crescente, (D) è strettamente decrescente.

8. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?

(A) $(y, 1)$, (B) (y, x) , (C) $(-y, x)$, (D) $(0, x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, (B) ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, (C) non è analitica, (D) è analitica ma non olomorfa.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza

(A) $-\infty$, (B) 0, (C) 1, (D) -1 .

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, (B) su tutto $\mathbb{R}$, (C) su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, (D) su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

12. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che

(A) $f_y(1, 0) = 0$, (B) $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$,
(C) $f_y(1, 0) \neq 0$, (D) $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 1

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:											

codice compito: BBCA BDCD ADAC

1. La funzione $f(x, y) = x^4 - 2xy - y^2$ nel punto $(0, 0)$ **(A)** ha un punto di massimo, **(B)** ha un punto di minimo, **(C)** ha punto sella, **(D)** non ha un punto critico.

2. La funzione $f(x, y) = \sqrt{x^4 + y^2}$, nel punto $(0, 0)$ è **(A)** differenziabile, **(B)** continua ma non derivabile, **(C)** derivabile ma non differenziabile, **(D)** non continua.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q 2x - 3y^2 dx dy$$

(A) 0, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** 1, **(D)** 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$

(A) un punto sella, **(B)** un fuoco, **(C)** un nodo, **(D)** un centro.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \rightarrow 0$

(A) $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(B)** $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(C)** $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, **(D)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è **(A)** $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(B)** $\frac{1}{s(s+1)}$, **(C)** $\frac{1}{s^2}$, **(D)** $\frac{e}{s+1}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x-1)^2(y-1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$

(A) è strettamente decrescente, **(B)** è costante, **(C)** è strettamente crescente, **(D)** non è monotona.

8. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?

(A) $(0, x)$, **(B)** $(y, 1)$, **(C)** (y, x) , **(D)** $(-y, x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(B)** è analitica ma non olomorfa, **(C)** non è analitica, **(D)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza

(A) 1, **(B)** $-\infty$, **(C)** 0, **(D)** -1 .

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(D)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$.

12. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che

(A) $f_y(1, 0) = 0$, **(B)** $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1, 0) \neq 0$, **(D)** $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)		voto
☐	ammonito	
☐	espulso	

cognome	nome	matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: DCAB BADB CDAC

1. La funzione $f(x, y) = x^4 + 2xy + y^2$ nel punto $(0, 0)$ (A) ha punto sella, (B) non ha un punto critico, (C) ha un punto di massimo, (D) ha un punto di minimo.

2. La funzione $f(x, y) = |x + y^2|$, nel punto $(0, 0)$ è (A) differenziabile, (B) derivabile ma non differenziabile, (C) continua ma non derivabile, (D) non continua.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy \, dx \, dy$$

(A) $\frac{1}{4}$, (B) 0, (C) 1, (D) 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$

(A) un punto sella, (B) un centro, (C) un nodo, (D) un fuoco.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \rightarrow 0$

(A) $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, (B) $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, (C) $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, (D) $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è (A) $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, (B) $\frac{1}{s^2}$, (C) $\frac{e}{s+1}$, (D) $\frac{1}{s(s+1)}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$

(A) è strettamente decrescente, (B) è costante, (C) non è monotona, (D) è strettamente crescente.

8. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?

(A) $(-y, x)$, (B) $(y, 1)$, (C) (y, x) , (D) $(0, x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, (B) ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, (C) è analitica ma non olomorfa, (D) non è analitica.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza

(A) 1, (B) -1, (C) 0, (D) $-\infty$.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, (B) su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, (C) su tutto $\mathbb{R}$, (D) su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

12. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che

(A) $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, (B) $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$, (C) $f_y(1, 0) = 0$, (D) $f_y(1, 0) \neq 0$.