

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

codice compito: **DACA BBBD BDCA**

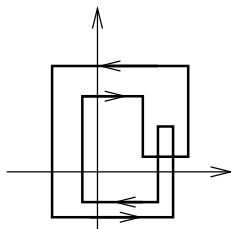
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^3}{x^2 + y^2}$$

(A) vale 0, (B) vale $+\infty$, (C) vale 1, (D) non esiste.

2. La funzione $f(x, y) = (x + y)(x - y^2)$ nel punto $(0, 0)$ (A) ha un massimo locale, (B) ha un minimo locale, (C) ha un punto sella, (D) non ha un punto critico.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$.



(A) 4π , (B) 0, (C) -2π , (D) π .

4. Sapendo che $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è $x^2 - y^2$, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f ?

(A) $x^2 + y^2$, (B) 0, (C) $2xy$, (D) y .

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z} dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

(A) 1, (B) π , (C) $2\pi i$, (D) 0.

6. La $\mathcal{L}$ -trasformata di $e^{-t} + \sin t$ è

(A) $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$, (B) $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$, (C) $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$, (D) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$ è (A) 1, (B) $\sqrt{2}$, (C) $+\infty$, (D) 0.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

allora l'integrale $\int_0^{+\infty} y(t) dt$ vale

(A) 0, (B) π , (C) -1 , (D) $+\infty$.

9. Calcolare $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

(A) $\sqrt{2}$, (B) -1 , (C) i , (D) $2\pi i$.

10. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A) $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$, (B) $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$, (C) $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$, (D) $2 \iint_D f(x, y) dx dy$.

11. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 2\}$ e sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1, 1)$ potrebbe essere

(A) $(-1, -1)$, (B) $(1, -1)$, (C) $(1, 1)$, (D) $(-1, 1)$.

12. Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa tale che $|f(z)| \leq \arctg |z|$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che

(A) $f' = 1 + f^2$, (B) $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$, (C) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$, (D) $f(z) = 0$.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

codice compito: DBDC ACDA ABBC

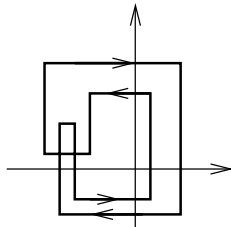
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

(A) vale $+\infty$, (B) non esiste, (C) vale 1, (D) vale 0.

2. La funzione $f(x, y) = x^2 + y^4$ nel punto $(0, 0)$
(A) non ha un punto critico, (B) ha un massimo locale,
(C) ha un punto sella, (D) ha un minimo locale.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$.



(A) 0, (B) π , (C) 4π , (D) -2π .

4. Sapendo che $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è $x^2 - y^2$, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f ?
(A) 0, (B) $x^2 + y^2$, (C) y , (D) $2xy$.

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\sin z}{z} dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

(A) 1, (B) $2\pi i$, (C) π , (D) 0.

6. La $\mathcal{L}$ -trasformata di $e^t + \cos t$ è

(A) $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$, (B) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$, (C) $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$, (D) $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} kz^k$ è
(A) $\sqrt{2}$, (B) $+\infty$, (C) 1, (D) 0.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$

allora l'integrale $\int_0^{+\infty} y(t) dt$ vale
(A) -1, (B) $+\infty$, (C) 0, (D) π .

9. Calcolare $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) -1, (B) $2\pi i$, (C) i , (D) $\sqrt{2}$.

10. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A) $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$, (B) $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$,
(C) $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$, (D) $2 \iint_D f(x, y) dx dy$.

11. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 2\}$ e sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\inf_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1, 1)$ potrebbe essere

(A) $(-1, 1)$, (B) $(1, -1)$, (C) $(1, 1)$, (D) $(-1, -1)$.

12. Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa tale che $|f(z)| \leq \arctg |z|$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che

(A) $f(z) = 0$, (B) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$, (C) $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$,
(D) $f' = 1 + f^2$.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

risposte:

codice compito: **ADBA DBDC CBAC**

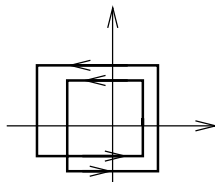
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

(A) non esiste, (B) vale 0, (C) vale $+\infty$, (D) vale 1.

2. La funzione $f(x, y) = (x + y)(x - y - 1)$ nel punto $(0, 0)$
(A) ha un massimo locale, (B) non ha un punto critico,
(C) ha un punto sella, (D) ha un minimo locale.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare
 $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$.



(A) -2π , (B) π , (C) 4π , (D) 0.

4. Sapendo che $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è $x^2 - y^2$, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f ?
(A) 0, (B) $x^2 + y^2$, (C) y , (D) $2xy$.

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

(A) 1, (B) $2\pi i$, (C) 0, (D) π .

6. La $\mathcal{L}$ -trasformata di $e^t + \sin t$ è

(A) $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$, (B) $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$, (C) $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$, (D) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$ è
(A) 1, (B) $+\infty$, (C) 0, (D) $\sqrt{2}$.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

allora l'integrale $\int_0^{+\infty} y(t) dt$ vale

(A) π , (B) -1 , (C) 0, (D) $+\infty$.

9. Calcolare $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) i , (B) $2\pi i$, (C) $\sqrt{2}$, (D) -1 .

10. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A) $2 \iint_D f(x, y) dx dy$, (B) $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$,
(C) $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$, (D) $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$.

11. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 2\}$ e sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1, 1)$ potrebbe essere

(A) $(-1, -1)$, (B) $(-1, 1)$, (C) $(1, -1)$, (D) $(1, 1)$.

12. Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa tale che $|f(z)| \leq \arctg |z|$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che
(A) $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$, (B) $f' = 1 + f^2$, (C) $f(z) = 0$,
(D) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

☐ ammonito

☐ espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

codice compito: CABA DDCC CBAB

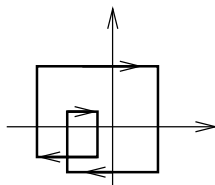
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^3}{x^2 + y^2}$$

(A) vale 1, (B) non esiste, (C) vale 0, (D) vale $+\infty$.

2. La funzione $f(x, y) = (x + y)(x - y^2)$ nel punto $(0, 0)$ (A) non ha un punto critico, (B) ha un punto sella, (C) ha un minimo locale, (D) ha un massimo locale.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$.



(A) 4π , (B) 0, (C) -2π , (D) π .

4. Sapendo che $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è $x^2 - y^2$, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f ? (A) $x^2 + y^2$, (B) y , (C) $2xy$, (D) 0.

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z} dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

(A) π , (B) $2\pi i$, (C) 0, (D) 1.

6. La $\mathcal{L}$ -trasformata di $e^{-t} + \cos t$ è

(A) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$, (B) $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$, (C) $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$, (D) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} k z^k$ è (A) 1, (B) $+\infty$, (C) 0, (D) $\sqrt{2}$.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$

allora l'integrale $\int_0^{+\infty} y(t) dt$ vale (A) $+\infty$, (B) 0, (C) -1, (D) π .

9. Calcolare $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$. (A) -1, (B) $2\pi i$, (C) i , (D) $\sqrt{2}$.

10. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A) $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$, (B) $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$, (C) $2 \iint_D f(x, y) dx dy$, (D) $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$.

11. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$ e sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\inf_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1, 1)$ potrebbe essere

(A) (1, 1), (B) (-1, 1), (C) (-1, -1), (D) (1, -1).

12. Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa tale che $|f(z)| \leq \arctg |z|$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che

(A) $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$, (B) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$, (C) $f' = 1 + f^2$, (D) $f(z) = 0$.